

MODELIZACIÓN DE LA FUERZA REQUERIDA EN EL PROCESO DE  
CONFORMADO ABOMBADO DE LÁMINAS DE ACERO ESTRUCTURAL

LUIS ALEJANDRO AMÓRTEGUI OSORIO

FUNDACIÓN UNIVERSIDAD DEL NORTE  
DIVISIÓN DE INGENIERÍAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA  
2012

CARACTERIZACIÓN DE LA FUERZA REQUERIDA EN EL PROCESO DE  
CONFORMADO ABOMBADO DE LÁMINAS DE ACERO ESTRUCTURAL

LUIS ALEJANDRO AMÓRTEGUI OSORIO

Monografía realizada para optar al título de  
Master en Ingeniería Mecánica.

DIRECTOR:

ING. HERIBERTO MAURY RAMIREZ Ph. D.

FUNDACIÓN UNIVERSIDAD DEL NORTE  
DIVISIÓN DE INGENIERÍAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA  
2012

Nota de Aceptación

---

---

---

---

---

---

---

Firma Presidente Jurado

---

Firma del Jurado

---

Firma del Jurado

Barranquilla \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ del \_\_\_\_\_

DEDICADO A:

*A mi Esposa Cristina porque fue ella quien me impulsó durante todo este trabajo y con su amor, cariño y constancia no me dejó desfallecer siendo mi apoyo y mi fortaleza.*

*A mi Mamá Consuelo y mi Hermano Carlos, quienes han sido siempre mi mayor motivación para ser mejor persona en la vida.*

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Ingeniero HERIBERTO MAURY por todas las oportunidades y enseñanzas brindadas durante todo el curso de mi etapa en la Maestría.

A ALEJANDRO PACHECO por ayudarme en una crítica etapa de duda y oscuridad que ensombrecía el desarrollo de este trabajo.

Al DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA de la Universidad del Norte por acogerme durante mi estancia como estudiante de Maestría.

A mis amigos ROSEMBERG C., MARIO E., CARLOS F. BLEIDYS B. ANTONIO R, Y MARIO J. por la amena camaradería con la que transcurrió el estudio y trabajo durante la Maestría.

En general a todas las personas que contribuyeron con mi crecimiento personal y profesional durante esta etapa de estudios.

## TABLA DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN .....	11
2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.....	12
2.1. OBJETIVO GENERAL .....	12
2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	12
2.3. JUSTIFICACIÓN .....	12
2.4. ALCANCES Y LIMITACIONES .....	13
2.5. METODOLOGÍA .....	14
3. ANTECEDENTES.....	16
4. MARCO CONCEPTUAL .....	18
4.1. MODELOS DE PLASTICIDAD DE MATERIALES .....	18
4.2. CRITERIOS DE FLUENCIA .....	20
4.3. ESFUERZO Y DEFORMACIÓN EN LÁMINAS .....	21
4.4. MODOS DE DEFORMACIÓN .....	26
4.5. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE ABOMBADO .....	29
5. MODELIZACIÓN EXPERIMENTAL.....	31
5.1. DISEÑO Y PREPARACIÓN DEL EXPERIMENTO .....	31
5.2. DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO DE LA MUESTRA .....	35
5.3. EJECUCIÓN DEL ENSAYO .....	37
5.4. VERIFICACIÓN DE LOS DATOS .....	38
5.5. ANÁLISIS DE LOS DATOS .....	41
6. MODELIZACIÓN NUMÉRICA COMPUTACIONAL .....	42
6.1. CONSIDERACIONES DEL MODELO .....	42
6.2. VERIFICACIÓN DEL MODELO .....	45
6.3. RESULTADOS .....	47
7. MODELO ANALÍTICO .....	52
8. COMPARACIÓN DE RESULTADOS .....	59
9. CONCLUSIONES.....	63
10. RECOMENDACIONES.....	64
11. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	65
ANEXOS .....	66

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Resumen de la metodología establecida para realizar la investigación planteada. ....	15
Figura 2. Modelo elástico perfectamente plástico. ....	19
Figura 3. Modelo elástico, plasticidad lineal. ....	19
Figura 4. Gráfica esfuerzo – deformación del modelo inelástico, perfectamente plástico.....	20
Figura 5. Modelo de plasticidad exponencial .....	20
Figura 6. Probeta de ensayo a tensión uniaxial. ....	22
Figura 7. Diagrama esfuerzo – deformación de ingeniería. ....	22
Figura 8. Diagrama esfuerzo – deformación real.....	23
Figura 9. Esquemas de estados de esfuerzos (a) uniaxial y (b) plano. ....	24
Figura 10. Estiramiento Biaxial. ....	26
Figura 11. Deformación plana .....	26
Figura 12. Tensión uniaxial en un agujero extruido.....	27
Figura 13. Ejemplo de modo de deformación de Espesor Constante .....	27
Figura 14. Compresión uniaxial en el borde exterior en un proceso de embutido. ....	28
Figura 15. Diagrama $\epsilon_1 - \epsilon_2$ donde se muestran diferentes modos de deformación correspondientes a diferentes relaciones de deformación $\beta$ . ....	28
Figura 16. Esquema del proceso de abombado de lámina para la conformación de tapas.....	29
Figura 17. Secuencia de golpes para completar el conformado de una tapa por abombado.....	29
Figura 18. Prensa de abombado para conformación de láminas de gran tamaño.....	30
Figura 19. Prensa de abombado para tapa de gran tamaño. (Otra vista) .....	30
Figura 20. Plano de la matriz de abombado usada en la etapa experimental. (Medidas en mm.) .....	31
Figura 21. Plano del punzón de abombado usado en la etapa experimental de la investigación. (Medidas en mm.) .....	32
Figura 22. Matriz de abombado.....	33
Figura 23. Punzón de abombado. ....	33

Figura 24. Matriz y punzón de abombado presentados sobre una de las láminas para prueba. ....	33
Figura 25. Esquema de la prueba.....	34
Figura 26. Fotografía de un ensayo para la prueba piloto. ....	35
Figura 27. Curva de operación característica de efectos fijos para $a-1=2$ .....	36
Figura 28. Gráfica de probabilidad normal de los residuos del experimento. ....	39
Figura 29. Gráfica de los residuos contra el orden de ejecución. ....	40
Figura 30. Gráfica de los residuales contra los valores ajustados ....	40
Figura 31. Geometría para el modelo para el análisis por elementos finitos.....	43
Figura 32. Gráfica Esfuerzo Vs. Deformación usado como modelo bilineal para el material de la simulación.....	44
Figura 33. Geometría del modelo mallado. ....	44
Figura 34. Detalle del mallado de la lámina. ....	45
Figura 35. Mallados usados para verificación de convergencia. En (a) se muestra el tamaño de elemento igual al espesor $t$ de la lámina; en (b) el tamaño es $t/2$ , en (c) el tamaño es $t/4$ , en (d) es $t/8$ y en (e) es $t/16$ .....	45
Figura 36. Variación del primer esfuerzo principal, esfuerzo de Von Mises y de la fuerza de abombado para la lámina de $0.9mm$ de espesor con respecto a la malla usada. ....	46
Figura 37. Variación del primer esfuerzo principal, esfuerzo de Von Mises y de la fuerza de abombado para la lámina de $1.5mm$ de espesor con respecto a la malla usada. ....	46
Figura 38. Variación del primer esfuerzo principal, esfuerzo de Von Mises y de la fuerza de abombado para la lámina de $1.9mm$ de espesor con respecto a la malla usada. ....	47
Figura 39. Lamina de $0.9mm$ deformada. ....	48
Figura 40. Esfuerzo de Von Mises en lámina de $0.9mm$ ....	48
Figura 41. Lamina de $1.5mm$ deformada ....	49
Figura 42. Esfuerzo de Von Mises en lámina $1.5mm$ . ....	49
Figura 43. Lamina de $1.9mm$ deformada ....	50
Figura 44. Esfuerzo de Von Mises en lámina de $1.9mm$ ....	50



Figura 45. Esquema del estado inicial del proceso para la determinación de las deformaciones. ....	52
Figura 46. Esquema del estado final del proceso para la determinación de las deformaciones. ....	53
Figura 47. Diagrama de cuerpo libre de la zona conformada.....	55
Figura 48. Perfil de la línea neutra de la lámina de 0.9mm deformada usando el modelo FEA y las ecuaciones (5.4) y (5.5) de la modelación analítica. ....	60
Figura 49. Perfil de la línea neutra de la lámina de 1.5mm deformada usando el modelo FEA y las ecuaciones (5.4) y (5.5) de la modelación analítica. ....	61
Figura 50. Perfil de la línea neutra de la lámina de 1.9mm deformada usando el modelo FEA y las ecuaciones (5.4) y (5.5) de la modelación analítica. ....	61

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Factores del experimento y sus niveles. ....	34
Tabla 2. Resultados de la prueba piloto. ....	35
Tabla 3. Iteraciones para determinación de la potencia de la prueba.....	36
Tabla 4. Codificación de las réplicas.....	37
Tabla 5. Orden de ejecución de los ensayos.....	37
Tabla 6. Resultados del ensayo tabulados (F en ton).....	38
Tabla 7. Residuales del experimentos.....	38
Tabla 8. Residuos estandarizados. ....	39
Tabla 9. Análisis de varianza del experimento.....	41
Tabla 10. Valores de fuerza calculados con la ecuación <b>¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.</b> ....	41
Tabla 11. Propiedades usadas para modelar el material de la lámina.....	43
Tabla 12. Variables para el cálculo del radio de tangencia. Ec. (5.6) .....	56
Tabla 13. Radio y ángulo de contacto calculados a partir de los datos de la Tabla 12 y las ecuaciones (5.3) y (5.6).....	57
Tabla 14. Deformaciones unitarias en deformación meridional o principal. ....	57
Tabla 15. Esfuerzo efectivo aplicado durante el abombado. ....	58
Tabla 16. Fuerza de abombado para cada espesor de lámina y desplazamiento del punzón de 12mm. ....	58
Tabla 17. Valores de la fuerza (tonf) hallado entre cada modelo.....	59
Tabla 18. Error porcentual entre cada resultado de los modelos. ....	59
Tabla 19. Comparativa entre modelo FEA y teórico del radio de desprendimiento y esfuerzo equivalente. ....	62

## 1. INTRODUCCIÓN

El avance tecnológico en la actualidad exige procesos productivos cada vez más eficientes, seguros, sostenibles y que cumplan a satisfacción la necesidad solicitada. Esto último normalmente con el auge económico implica de los procesos aumenten su capacidad y calidad, la cual normalmente conlleva la contratación y capacitación de personal, la compra y ampliación de equipos e instalaciones, control estricto de parámetros de control y flujo de materia prima e insumos. El desarrollo de muchos procesos industriales entre ellos procesos químicos o de generación térmica requieren que los equipos o maquinarias implicadas en su funcionamiento como bombas, compresores, turbinas, reactores e intercambiadores de calor entre muchos otros se diseñen y construyan bajo estrictos controles que garanticen su fiabilidad debido al riesgo que ellos implican económicamente y en vidas humanas.

Los códigos y normas facilitan el diseño de este tipo de elementos para que se mantengan en márgenes seguros que minimizan los riesgos además de dictar directrices para llevar a cabo su control dimensional y constructivo que estén dentro de límites tolerables y no impliquen costos excesivamente altos.

El conocimiento de los procesos de fabricación relacionados es un factor clave a la hora de reducir costos de consumo energético, de materia prima y de inversión, por lo tanto es importante que estos sean caracterizados y así realizar una selección eficiente de ellos y de los equipos usados para ejecutarlos.

Enfocado en la caracterización de procesos de fabricación, en este trabajo se realizará el análisis de la fuerza necesaria para abombar láminas metálicas a través de tres modelos, uno experimental con un prototipo construido en la Universidad del Norte, un modelo numérico analizado con Elementos Finitos (FEA) y uno analítico desarrollado con ecuaciones de la mecánica del conformado de láminas metálicas. Cada uno de estos modelos se llevó a cabo con tres espesores de lámina metálica y son comparados posteriormente para una validación entre sí.

Finalmente se expondrán recomendaciones para futuros trabajos que se lleven a cabo para el análisis del conformado de láminas metálicas.

## **2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA**

### **2.1. OBJETIVO GENERAL**

Modelizar el proceso de abombado de tapas para determinar la fuerza requerida en el proceso de conformado en frío abombado de láminas de acero estructural laminado.

### **2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Identificar el estado del arte en cuanto a la teoría y modelación analítica, numérica y experimental de procesos de conformado de láminas metálicas de acero.
- Diseñar y ejecutar un experimento para la medición de la fuerza requerida para abombado de láminas metálicas.
- Construir un modelo numérico para la determinación de esfuerzos, deformaciones y fuerza necesaria de abombado.
- Plantear un modelo analítico para la fuerza de abombado.
- Comparar los resultados obtenidos en cada uno de los modelos y con ello validar entre sí los resultados obtenidos.
- Establecer parámetros de importancia para la conformación de láminas de acero.

### **2.3. JUSTIFICACIÓN**

La variedad de productos que una PYME metalmecánica puede ofrecer al mercado regional, depende en gran medida del conocimiento que tenga de sus procesos. Con el fin de implementar mejoras y modificaciones, para alcanzar estándares de calidad competitivos, lo cual se refleja en reducción de tiempo y costos asociados a la producción, aprovechamiento de materia prima, al fin y al cabo en aumento en su productividad.

Debido al desconocimiento ó falta de información de algunos procesos llevados a cabo, estas se ven en la obligación de establecer procesos empíricos para poder ser competitivos al ofrecer una mayor variedad de productos y servicios. Debido a eso, la implementación de dicho tipo de proceso trae como consecuencia el desaprovechamiento de material, sobredimensionamiento

excesivo de los componentes, tiempos de fabricación altos, e incertidumbre en la calidad final del producto, lo cual finalmente se refleja en un elevado costo.

Por esto es pertinente realizar investigaciones encaminada a la caracterización del proceso de conformado, en especial de láminas metálicas, poco estudiados y usados por industrias locales, tal y como lo es el abombado para la fabricación de las tapas de recipientes a presión.

Además de lo anterior, la realización de ensayos de prueba y error y experimentos para la determinación de parámetros de diseño y selección de procesos similares a este requiere de grandes inversiones en la fabricación de las herramientas, material de pruebas, tiempo del experimentador. Por esto la posibilidad de modelaciones numéricas computacionales son soluciones atractivas para este tipo de problemas dado que se requiere menor inversión.

A la luz de las anteriores razones, la presente investigación encaminada a la modelización del abombado, es de carácter válida dado que la evaluación numérica del problema permitirá reducir costos a la hora de extrapolar resultados a problemas de mayor tamaño, y con la componente experimental se validarán los resultados iniciales de la modelación, así mismo se espera que con la modelación analítica se encuentre una forma rápida de cálculo de parámetros necesarios para la caracterización del proceso.

## **2.4. ALCANCES Y LIMITACIONES**

Esta investigación tiene los siguientes alcances y limitaciones:

- Los modelos de esfuerzos serán únicamente aplicables a acero estructural.
- Los resultados de la experimentación sólo son válidos para el rango de valores utilizados, especialmente para el tamaño de matriz, dado y espesor de lámina empleado.
- Los resultados obtenidos en la experimentación serán sometidos a un análisis comparativo entre un modelo numérico y un modelo analítico para verificar la correspondencia entre ellos.
- Los modelos y resultados obtenidos serán solamente para tapas *ASME Standard* y *Dished and Flanged*<sup>1</sup>, que son tapas que tienen forma de segmento o casquete de esfera.

---

• <sup>1</sup> MEGYESY, Eugene. Pressure Vessel Handbook. 10th ed. Tulsa: Pressure Vessel Publishing, 1995. 499p- ISBN: 978-0914458180

## 2.5. METODOLOGÍA

- **Revisión bibliográfica y del estado del arte**

Se llevará a cabo una búsqueda de información relacionada con los procesos de conformado en frío de materiales metálicos. De esta etapa se obtendrán libros, artículos y cualquier otro tipo de información que aporte a la realización de este trabajo. La búsqueda se centrará en modelos experimentales y numéricos del proceso de conformación, modelos de materiales y conceptos relacionados con el proceso de deformación en láminas.

- **Modelación numérica**

Durante esta etapa se modelará computacionalmente el abombado en Ansys® donde se determinarán esfuerzos, deformaciones y reacciones durante la conformación.

Se establecerán, la geometría, elementos, modelo de material y cargas y se realizarán pruebas para verificar la independencia respecto a la malla y la convergencia de los resultados; y con ello obtener respuestas robustas y confiables, para ser cotejadas posteriormente con las experimentales y analíticas.

- **Modelación analítica**

A través de los conceptos asociados a elasticidad, plasticidad y de modelos de deformación de conformado de láminas, se planteará un modelo analítico de la deformación de la lámina, esfuerzos y reacciones que se dan durante el proceso.

- **Experimentación**

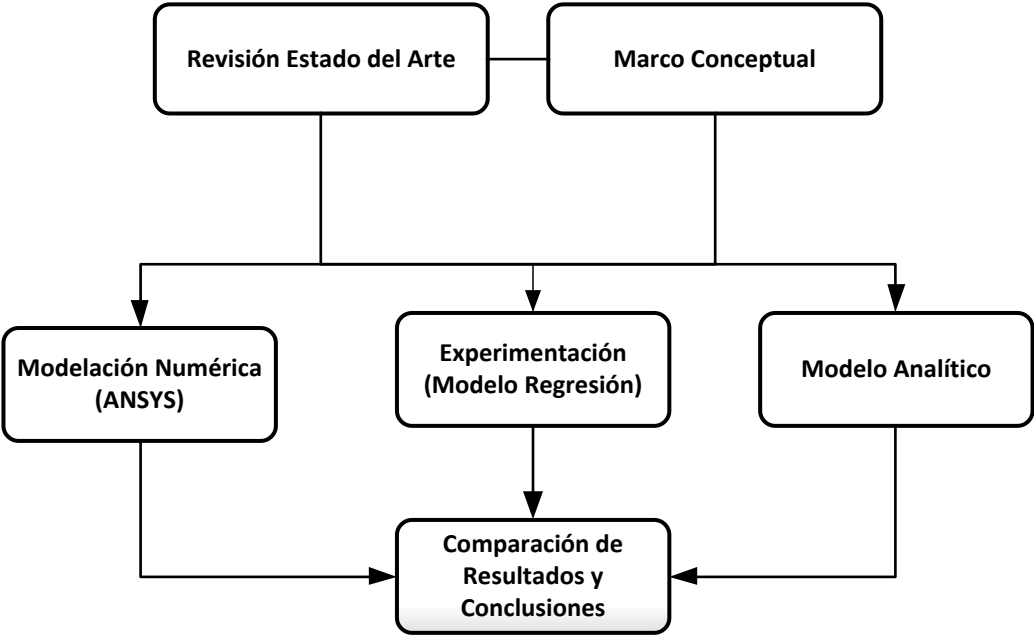
Se llevarán a cabo ensayos con el fin de confirmar los modelos analítico y numérico, en el Laboratorio de Resistencia de Materiales de la Universidad del Norte. El punzón y la matriz serán fabricados y adaptados para ser usado en la máquina universal de ensayos. Se medirá la fuerza del punzón sobre la lámina especificando su desplazamiento, además de lubricar las superficies en contacto para determinar el efecto de la fricción sobre la fuerza. A partir de esto se planteará un modelo que prediga la fuerza necesaria para abombar en función del desplazamiento del punzón.

- **Evaluación de resultados, conclusiones y recomendaciones del estudio**

Finalmente los resultados obtenidos de las tres modelaciones serán comparados para validarlos entre si, y además analizarlos con el fin de encontrar la razón de las posibles diferencia existentes entre ellos, para realizar recomendaciones a futuros trabajos.

En la Figura 1 se muestra un esquema de la secuencia metodológica que se llevará a cabo en este trabajo.

Figura 1. Resumen de la metodología establecida para realizar la investigación planteada.



### 3. ANTECEDENTES

La información acerca del abombado que se encuentra en textos y artículos es muy escasa debido quizás a que la fabricación de tapas de recipientes a presión se considera como un “secreto industrial” que se va mejorando con su ejecución, razón por lo que compañías la guardan celosamente, y sólo unas pocas personas con la suficiente destreza y experiencia, poseen información relevante del proceso.

Para comenzar con la investigación, se tomó como referente la información encontrada en textos de fabricación acerca del doblado y embutido de lámina metálica, posteriormente se hicieron búsquedas acerca del abombado en artículos pero la información encontrada es muy escasa.

A continuación se muestran algunos trabajos relevantes que aportaron a la investigación propuesta:

MAKINOUCHI<sup>2</sup>, muestra que la realización de simulaciones para el diseño de herramientas y procesos de conformado de láminas metálicas disminuye considerablemente el tiempo desde el inicio del diseño hasta el inicio de la producción de partes. En etapas iniciales del diseño, simulaciones pueden ser llevadas a cabo para realizar estimaciones burdas de geometría, fuerza; o simplemente para descartar que el mismo procesos de conformado no es viable. En etapas posteriores se realizan simulaciones detalladas para determinar posibles defectos en la conformación, la geometría final de las herramientas y pasos subsecuentes requeridos para obtener la forma final deseada. Sus estudios estuvieron soportados en estudios de casos de grandes compañías automotrices.

CHAN et al<sup>3</sup>. presenta la modelación de un proceso de doblado en V que láminas de aluminio para estimar el efecto que tienen magnitudes como el ángulo de la matriz, ángulo del punzón y radios

---

<sup>2</sup> MAKINOUCHI A. Sheet metal forming simulation in industry. Journal of Materials Processing Technology 60. Elsevier, 1996. 19 - 26

<sup>3</sup> W.M. Chan, et al. Finite element analysis of spring-back of V-bending sheet metal forming processes. Journal of Materials Processing Technology 148. Elsevier, 2004. 15–24



de redondeo en las herramientas, sobre el ángulo de “Spring Back” o recuperación del material. Este trabajo se toma de referencia, dado que se trata de deformación plana y no como el caso presentado en este trabajo, donde la deformación es axisimétrica.

KIRBY y WILD<sup>4</sup> plantearon modelos numéricos para la conformación de tapas de recipientes a presión de hasta 200mm de diámetro por embutición profunda, donde usan una matriz y dado con la forma final de la tapa y además de tener una fuerza de sujeción de lamina en la periferia. De este trabajo se destaca la modelación por elementos finitos en la cual se calculan las fuerzas de embutición y de sujeción, y se toman los datos de geometría final, para ser comparadas con la forma obtenida experimentalmente a través de una máquina de medición de coordenadas.

DUCHENE y HABRAKEN<sup>5</sup> evalúan la sensibilidad de la modelación en la cual se encuentra que la cantidad de elementos en el espesor del material influye de manera importante en el cálculo de la fuerza de embutición, lo cual se evaluará en este trabajo para establecer convergencia en los resultados del modelo.

En PRACTICAL STRESS ANALYSIS WITH FINITE ELEMENTS<sup>6</sup>, el texto muestra que el uso de modelo bilineales es aceptable cuando no se posean datos experimentales para la construcción de modelos exponenciales de esfuerzo-deformación en la zona plástica. Esta modelación es simple de implementar para un análisis FEA, y es aceptable en primeras aproximaciones de análisis.

Este proceso fue tratado en el proyecto de investigación “Diseño, fabricación y montaje de una línea piloto de manufactura de sistemas de almacenamiento metálico” y donde la bibliografía relacionada de manera directa con el abombado encontrada fue escasa, por lo cual aportar un trabajo donde se determinen variables de importancia que puedan servir como parámetros de diseño y selección de equipos que se necesiten en el proceso.

---

<sup>4</sup> KIRBY D.S. and WILD P.M. Deep Drawing of Pressure Vessels End Closures: Finite element simulation and validation. Journal of Material Processing Technology 103. Elsevier, 2000. 247 - 260

<sup>5</sup> DUCHENE, L. and HABRAKE A. Analysis of Sensivity of FEM prediction to numerical parameter in deep drawing simulation. European Journal of Mechanics A/ Solids. Elsevier, 2005.

<sup>6</sup> MAC DONALD, B. Practical Stress Analysis With Finite Elements. Glasnevin Publishing, 1Ed. 2007. 364p.

## 4. MARCO CONCEPTUAL

Se mencionaran los conceptos relacionados con la modelización de curvas esfuerzo-deformación para la zona plástica de materiales, criterios de fluencia para comparar estados de esfuerzos multiaxiales, se trataran definiciones y modelos de deformación en esfuerzo plano y se realizará una descripción del abombado de láminas.

### 4.1. MODELOS DE PLASTICIDAD DE MATERIALES <sup>7</sup>

En la zona plástica del diagrama esfuerzo – deformación no se cumple la Ley de Hook, es decir el esfuerzo y la deformación no son proporcionales, por lo cual es necesario hacer uso de relaciones aproximadas y más generales que puedan explicar el comportamiento del material. Es importante anotar que se considera que las deformaciones plásticas son independientes del tiempo, y las deformaciones dependientes del tiempo (Creep) son relativamente pequeñas.

A continuación se muestran algunos de modelos de ajuste de la curva que son usados comúnmente.

- **Elástico, Perfectamente Plástico:**

En este modelo de esfuerzo-deformación cuando el material alcanza la fluencia, la deformación siguiente continua en aumento mientras que el esfuerzo se mantiene constante en el anterior valor de esfuerzo, tal y como lo muestra la Figura 2. Este comportamiento es una aproximación razonable para estimaciones iniciales ó como definición del comportamiento mecánico de ciertos metales.

- **Elástico, Plasticidad Lineal (Modelo Bilineal)**

En este modelo, una vez iniciada la fluencia, la curva de deformación plástica es lineal con pendiente  $\delta_1 E$  siendo  $\delta_1$  un parámetro que cambia el módulo de elasticidad de la zona elástica y que puede variar entre 0 y 1.

$$\begin{aligned}\sigma &= E\varepsilon & (\sigma \leq \sigma_y) \\ \sigma &= \sigma_o + \delta_1 E \left( \varepsilon - \frac{\sigma_o}{E} \right) = (1 - \delta_1) \sigma_o + \delta_1 E \varepsilon & (\sigma \geq \sigma_y)\end{aligned}$$

---

<sup>7</sup> DOWLING N. Mechanical Behavior of Materials: Engineering methods for deformations, fracture and fatigue. 2 Ed. Prentice Hall. 1999.

Figura 2. Modelo elástico perfectamente plástico.

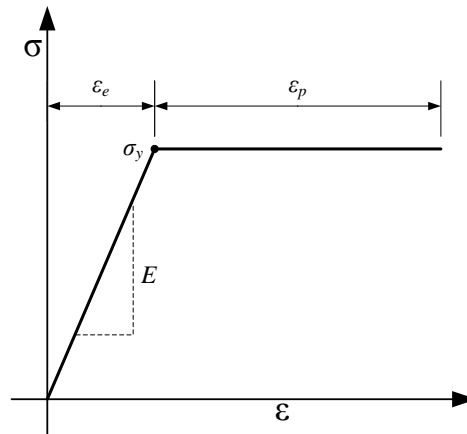
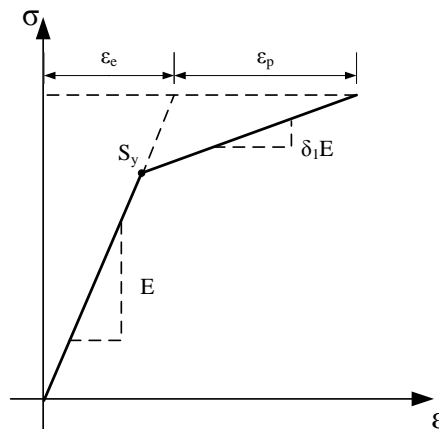


Figura 3. Modelo elástico, plasticidad lineal.



En los modelos de plasticidad siguientes, las deformaciones y esfuerzo dentro del rango elástico se desprecian, lo cual se conocen como modelos inelásticos.

- **Perfectamente plástico**

Si se trata de una aproximación donde se puede despreciar el endurecimiento por deformación y se conoce el rango de deformaciones, el modelo mostrado en la Figura 4, se puede usar con el cálculo de un valor de S conveniente.

- **Plasticidad Exponencial**

Este modelo viene definido por la ecuación  $\sigma = k\varepsilon^n$ , donde n se conoce como el coeficiente de endurecimiento por deformación. Este modelo no indica el esfuerzo de fluencia. En la Figura 5 se muestra la gráfica de este modelo.

Figura 4. Gráfica esfuerzo – deformación del modelo inelástico, perfectamente plástico.

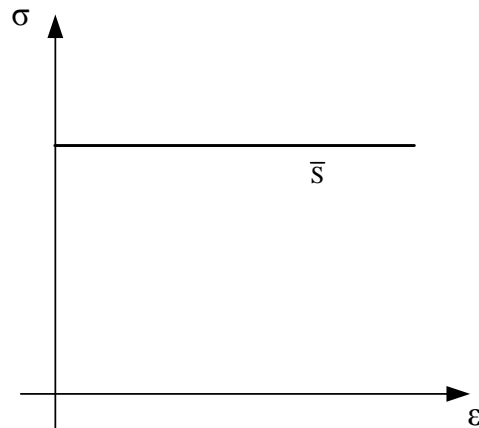
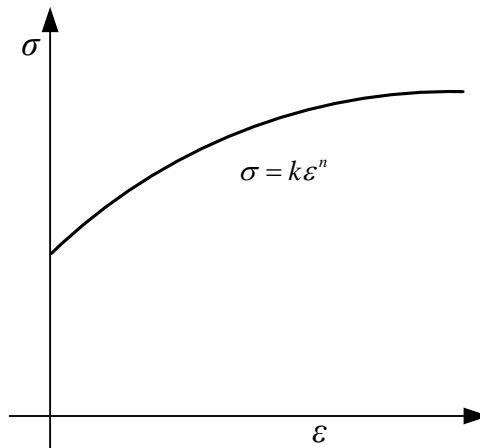


Figura 5. Modelo de plasticidad exponencial



#### 4.2. CRITERIOS DE FLUENCIA<sup>8</sup>

Si un elemento se encuentra bajo un estado de esfuerzo simple (Uniaxial como un ensayo de tensión), la fluencia se inicia una vez se supera un nivel particular de esfuerzo llamado Esfuerzo de Fluencia ó Limite Elástico ( $\sigma_y$ ). Pero si un elemento es sometido a un estado de esfuerzo más complejo (Biaxial o Triaxial), la llegada al límite de fluencia no se aprecia con claridad, por lo tanto es más complejo predecir su llegada. Es por esto que se plantean hipótesis que predigan la llegada a la fluencia a partir de estados complejos de esfuerzos. Dichas hipótesis se conocen como Criterios de Fluencia. A continuación se describen los tres principales criterios de fluencia para materiales metálicos:

<sup>8</sup> Comportamiento Mecánico de Materiales. Universidad Politécnica de Valencia.

#### 4.2.1. CRITERIO DE FLUENCIA DE TRESCA:

También llamado criterio del Esfuerzo Cortante Máximo, establece que la fluencia se alcanza cuando el valor absoluto de la diferencia entre los esfuerzos principales mayor ( $\sigma_1$ ) y menor ( $\sigma_3$ ) alcanza el límite de fluencia.

$$|\sigma_1 - \sigma_3| = \sigma_y$$

#### 4.2.2. CRITERIO DE FLUENCIA DE VON MISES:

Llamado criterio de Energía de Distorsión ó Esfuerzo Cortante Octaédrico, establece que la fluencia en el material dúctil se alcanza cuando el esfuerzo cortante en un plano octaédrico alcanza el valor del límite de fluencia.

$$\sigma_y = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

#### 4.2.3. CRITERIO DE FLUENCIA DE HILL:

Este es una generalización del criterio de Von Mises y es usado en materiales con comportamiento anisotrópico:

$$\sigma_y = \sqrt{H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 2N\tau_{xy}^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{xz}^2}$$

Donde las constantes características del criterio de Hill son:

$$\begin{array}{llll} G + H = \frac{1}{R_{xx}^2} & N = \frac{3}{2R_{xy}^2} & R_{xx} = \frac{\sigma_y}{\sigma_o} & R_{xy} = \sqrt{3} \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_o} \\ F + H = \frac{1}{R_{yy}^2} & L = \frac{3}{2R_{yz}^2} & R_{yy} = \frac{\sigma_y}{\sigma_o} & R_{yz} = \sqrt{3} \frac{\sigma_{yz}}{\sigma_o} \\ F + G = \frac{1}{R_{zz}^2} & M = \frac{3}{2R_{xz}^2} & R_{zz} = \frac{\sigma_y}{\sigma_o} & R_{xz} = \sqrt{3} \frac{\sigma_{xz}}{\sigma_o} \end{array}$$

#### 4.3. ESFUERZO Y DEFORMACIÓN EN LÁMINAS <sup>9</sup>

- **Esfuerzos y deformaciones de Ingeniería y Real**

Se conocen como esfuerzo y deformación de ingeniería a las cantidades calculadas a partir de los parámetros iniciales de una prueba de tensión uniaxial que se muestran en la Figura 6, es decir

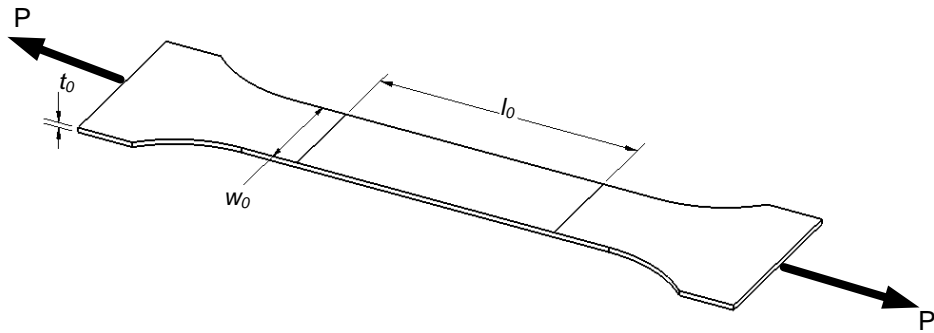
---

<sup>9</sup> MARCINIAK Z., DUNCAN J.L., HU J.S. Mechanics Of Sheet Metal Forming, 2 Ed. Butterworth Heinemann. 2002

$$\sigma_0 = \frac{P}{A_0} = \frac{P}{w_0 t_0}$$

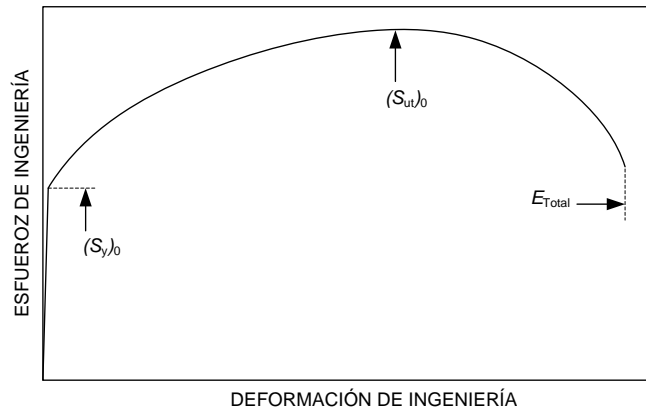
$$\varepsilon_0 = \frac{\Delta l}{l_0} \times 100\%$$

Figura 6. Probeta de ensayo a tensión uniaxial.



El diagrama de esfuerzo – deformación de ingeniería se muestra en la Figura 7.

Figura 7. Diagrama esfuerzo – deformación de ingeniería.



Los esfuerzos y deformaciones de ingeniería en ciertas ocasiones no son los apropiados para el análisis de procesos de conformado, puesto que están basados en el área inicial de la probeta, en vez del valor en el instante.

Por esto el esfuerzo real es:

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

Dado que el volumen no cambia al realizar el ensayo,

$$A_0 l_0 = A l$$

$$A = \frac{A_0 l_0}{l}$$

Entonces el esfuerzo real es:

$$\sigma = \frac{Pl}{A_0 l_0}$$

Donde  $l$  puede ser medido por un extensómetro y obtener su valor en el instante deseado para hallar el esfuerzo.

La deformación real:

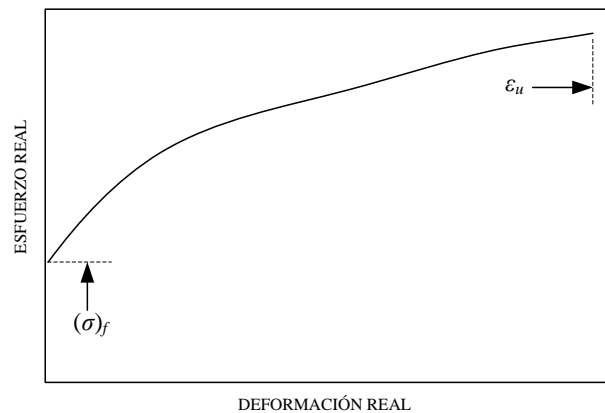
$$d\varepsilon = \frac{dl}{l}$$

$$\int \varepsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l}$$

$$\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}$$

El diagrama de esfuerzo – deformación real se muestra en la Figura 8.

**Figura 8. Diagrama esfuerzo – deformación real.**



- **Condición de volumen constante**

Esta condición enuncia que para deformaciones a volumen constante la suma de las deformaciones principales debe ser cero.

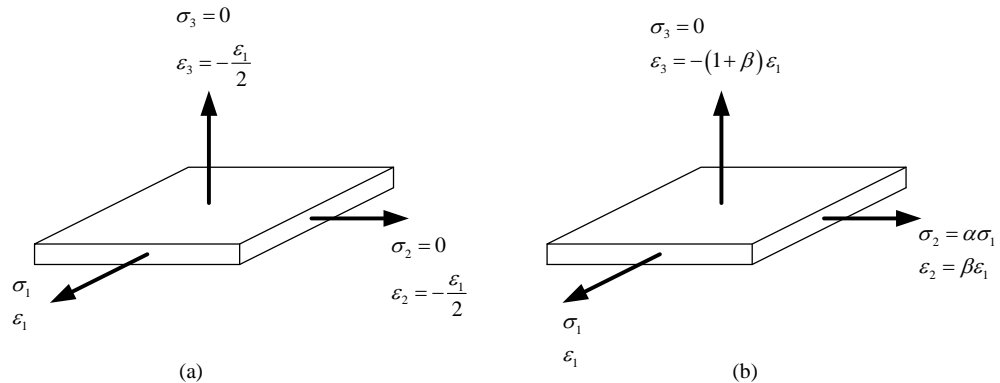
$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$$

- **Deformación plana en láminas**

El proceso de deformación en láminas posee la característica es que los esfuerzos en dirección perpendicular al plano de la lámina son muy pequeños y es por eso que se asumen como cero. Cuando ese caso se da, se dice que el elemento se encuentra en un estado de esfuerzo plano. En la Figura 9 se muestran los esquemas de esfuerzo uniaxial y esfuerzo plano. Es conveniente describir las deformaciones y esfuerzos de un elemento en esfuerzo plano en términos de la razón de deformaciones  $\beta$  y la razón de esfuerzos  $\alpha$  de la siguiente manera:

$$\begin{array}{lll} \sigma_1 & \sigma_2 = \alpha \sigma_1 & \sigma_3 = 0 \\ \varepsilon_1 & \varepsilon_2 = \beta \varepsilon_1 & \varepsilon_3 = -(1 + \beta) \varepsilon_1 \end{array}$$

Figura 9. Esquemas de estados de esfuerzos (a) uniaxial y (b) plano.



- **Componentes Hidrostáticas y deviatorica del esfuerzo.**

Se conoce como componente hidrostática del esfuerzo al promedio de los tres esfuerzos principales, y componente deviatorica a la diferencia entre el esfuerzo principal y la componente hidrostática

$$\sigma_h = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad \text{Componente hidrostática}$$

$$\begin{array}{l} \sigma'_1 = \sigma_1 - \sigma_h \\ \sigma'_2 = \sigma_2 - \sigma_h \\ \sigma'_3 = \sigma_3 - \sigma_h \end{array} \quad \text{Componentes deviatoricas}$$

Para el caso de esfuerzo plano:



$$\begin{aligned}\sigma_h &= \frac{1+\alpha}{3} \sigma_1 \\ \sigma'_1 &= \frac{2-\alpha}{3} \sigma_1 \\ \sigma'_2 &= \frac{2\alpha-1}{3} \sigma_1 \\ \sigma'_3 &= -\left(\frac{1+\alpha}{3}\right) \sigma_1\end{aligned}$$

- **Regla de Levy – Mises**

La regla de Levy – Mises establece que las razones entre el incremento de la deformación en una dirección y la respectiva componente deviatorica del esfuerzo son iguales,

$$\frac{d\varepsilon_1}{\sigma'_1} = \frac{d\varepsilon_2}{\sigma'_2} = \frac{d\varepsilon_3}{\sigma'_3}$$

Rescrita para esfuerzo plano:

$$\frac{d\varepsilon_1}{2-\alpha} = \frac{d\varepsilon_2}{2\alpha-1} = \frac{d\varepsilon_3}{-(1+\alpha)}$$

Integrando estas ecuaciones y remplazando las deformaciones:

$$\frac{\varepsilon_1}{2-\alpha} = \frac{\varepsilon_2}{2\alpha-1} = \frac{\beta\varepsilon_1}{2\alpha-1} = \frac{\varepsilon_3}{-(1+\alpha)} = \frac{-(1+\beta)\varepsilon_1}{-(1+\alpha)}$$

Resolviendo un par de ecuaciones para despejar  $\alpha$ ,

$$\alpha = \frac{2\beta+1}{2+\beta}$$

Y para  $\beta$

$$\beta = \frac{2\alpha-1}{2-\alpha}$$

Así se encuentran las relaciones entre la razón de deformaciones y la razón de esfuerzos.

- **Criterio de Von Mises aplicado a esfuerzo plano**

Aplicando el criterio de fluencia de Von Mises a esfuerzo plano y simplificando, este queda escrito de la siguiente manera:

$$\sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} = \sigma_f$$

$$\left(\sqrt{1 - \alpha + \alpha^2}\right)\sigma_1 = \sigma_f$$

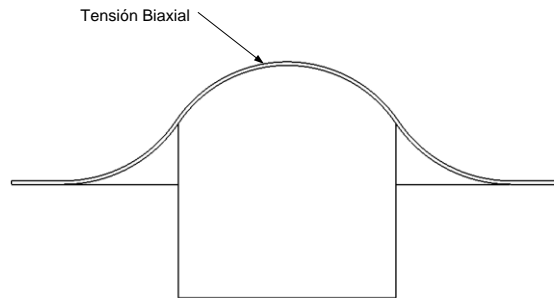
#### 4.4. MODOS DE DEFORMACIÓN<sup>10</sup>

Se entiende por modos de deformación al patrón

##### 4.4.1. ESTIRAMIENTO BIAxIAL

Este se da cuando la lámina se estira por la acción de un punzón hemisférico. Por la deformación un círculo grabado en el centro cambiara su radio pero mantendrá su forma circular. Al ser  $\beta=1$  la deformación del espesor será  $-2\varepsilon_1$ , con lo cual se aprecia que el espesor decrece más rápido que en otros modos de deformación.

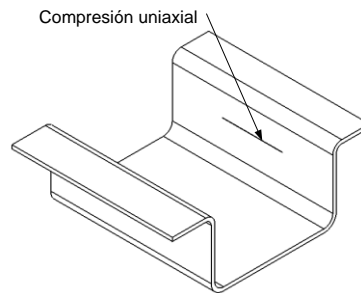
Figura 10. Estiramiento Biaxial.



##### 4.4.2. DEFORMACIÓN PLANA

Este modo de deformación se evidencia cuando las deformaciones en una pieza se dan solamente en una dirección, como por ejemplo en perfiles que se extienden, Figura 11.

Figura 11. Deformación plana

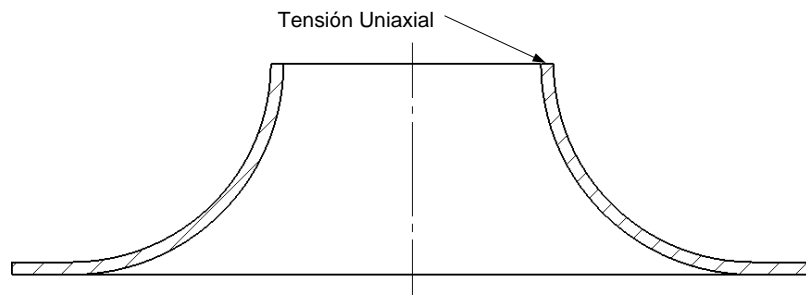


<sup>10</sup> MARCINIAK Z., DUNCAN J.L., HU J.S. Mechanics Of Sheet Metal Forming, 2 Ed. Butterworth Heinemann. 2002

#### 4.4.3. Tensión UNIAXIAL

Este modo se da cuando el esfuerzo menor es 0, por lo tanto en una dirección se estira, mientras que en otra se contrae. Ocurre en cualquier extremo libre que sea estirado como por ejemplo en la extrusión o estiramiento de un agujero.

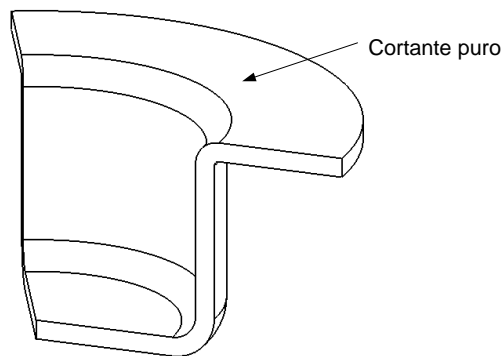
Figura 12. Tensión uniaxial en un agujero extruido.



#### 4.4.4. ESPESOR CONSTANTE

Este modo de deformación se da cuando los esfuerzos y deformaciones de membrana son iguales y opuestos, por lo tanto en la dirección del espesor son cero. Un ejemplo de esto ocurre en la zona donde es sujeta una lámina en el momento de aplicarse un embutido, como se aprecia en la Figura 13.

Figura 13. Ejemplo de modo de deformación de Espesor Constante



#### 4.4.5. COMPRESIÓN UNIAXIAL

La compresión uniaxial ocurre cuando el esfuerzo principal máximo es 0, como sucede en el borde externo en un proceso de embutido (Figura 14).

Figura 14. Compresión uniaxial en el borde exterior en un proceso de embutido.

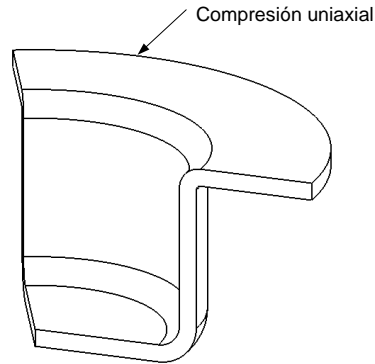
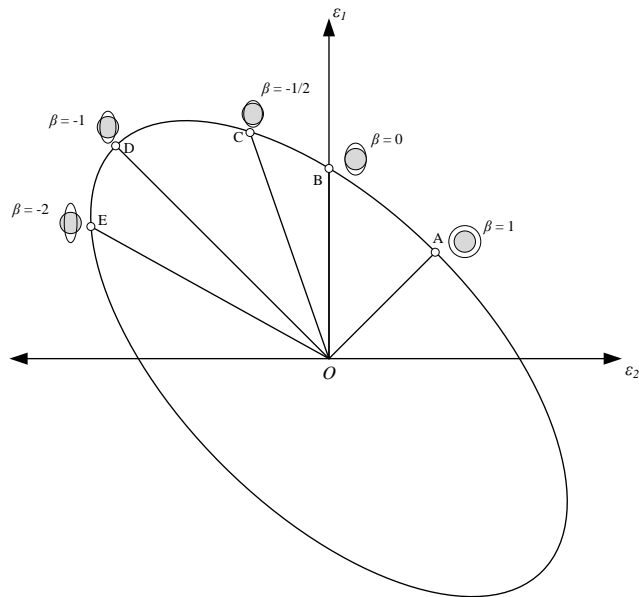


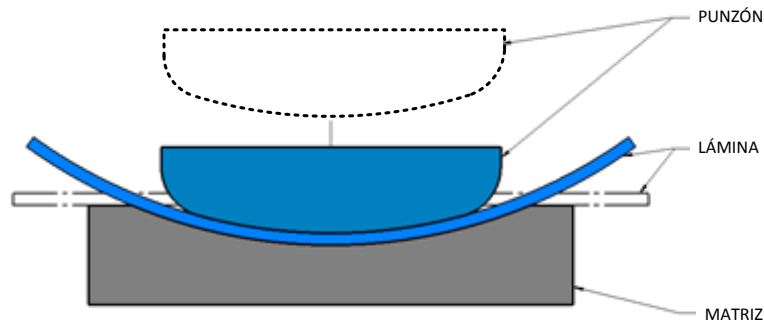
Figura 15. Diagrama  $\epsilon_1 - \epsilon_2$  donde se muestran diferentes modos de deformación correspondientes a diferentes relaciones de deformación  $\beta$ .



#### 4.5. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE ABOMBADO<sup>11</sup>

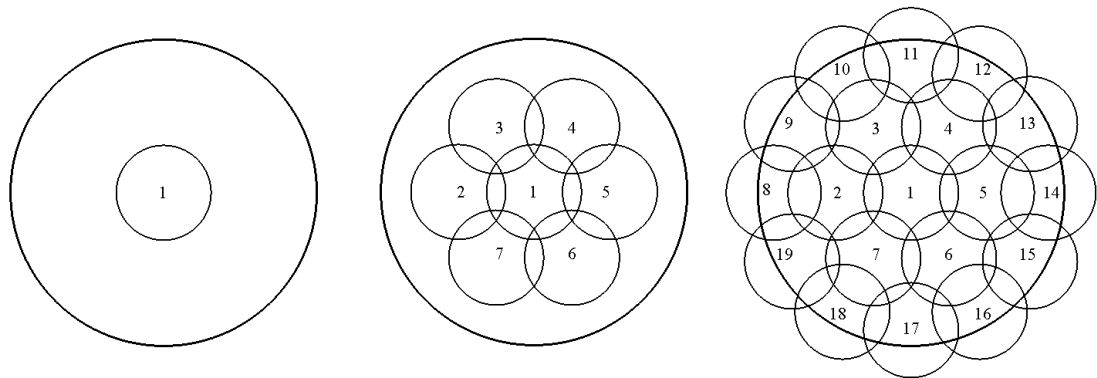
El proceso de abombado trata la conformación de láminas metálicas para hacer superficies cóncavas que sirvan de tapas a recipientes a presión. En la Figura 16 se muestra un esquema de la forma en que se abomban láminas.

Figura 16. Esquema del proceso de abombado de lámina para la conformación de tapas.



La fabricación de tapas de recipientes de tamaño mayor que el diámetro de la matriz y el punzón demandan más golpes sobre la lámina para que progresivamente se le vaya dando la curvatura final deseada de acuerdo al requerimiento de fabricación del recipiente. En la Figura 17 se muestra una secuencia típica de golpes para conformar la lámina.

Figura 17. Secuencia de golpes para completar el conformado de una tapa por abombado.



Si dichos golpes se dan de una manera desordenada y sin ninguna secuencia, defectos como arrugamiento y abolladuras, ó dimensiones fuera de tolerancias aparecen e interfieren con otros procesos, tales como el rolado del cuerpo del cilindro o el rebordeado de la tapa.

<sup>11</sup> PULLARCOT S. Practical Guide to Pressure Vessel Manufacturing. Marcel Dekker In.c

El conformado con múltiples golpes es llevado a cabo básicamente con dos sistemas:

1. Un sistema de posicionamiento que se encarga de ubicar la lámina en el punzón de acuerdo a la secuencia de golpes (Ver Figura 17).
2. Una prensa comúnmente hidráulica encargada de suministrar la fuerza requerida para conformar la lámina.

En las Figura 18 y Figura 19 se muestran dos equipos industriales de abombado para fabricar tapas de gran tamaño.

**Figura 18. Prensa de abombado para conformación de láminas de gran tamaño.**



Cortesía Sertom (<http://www.sertom.it>)

**Figura 19. Prensa de abombado para tapa de gran tamaño. (Otra vista)**



Tomada de: <http://www.bakertankhead.com>

## 5. MODELIZACIÓN EXPERIMENTAL<sup>12</sup>

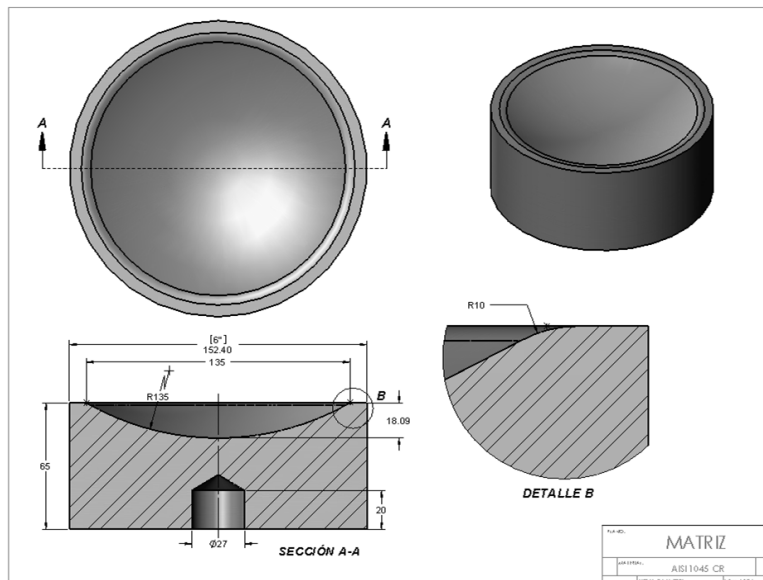
En este capítulo se presenta el diseño experimental requerido para determinar la fuerza de abombado, variando el espesor de la lámina y la presencia de lubricante en las superficies de contacto entre la lámina y punzón, y lámina y matriz.

### 5.1. DISEÑO Y PREPARACIÓN DEL EXPERIMENTO

La etapa de experimentación se llevó a cabo en el Laboratorio de Resistencia de Materiales de la Universidad del Norte con la prensa Shimadzu de 100ton como equipo ejecutor de la fuerza y utillajes la matriz y el punzón de abombado los cuales fueron elaborados para esta prueba.

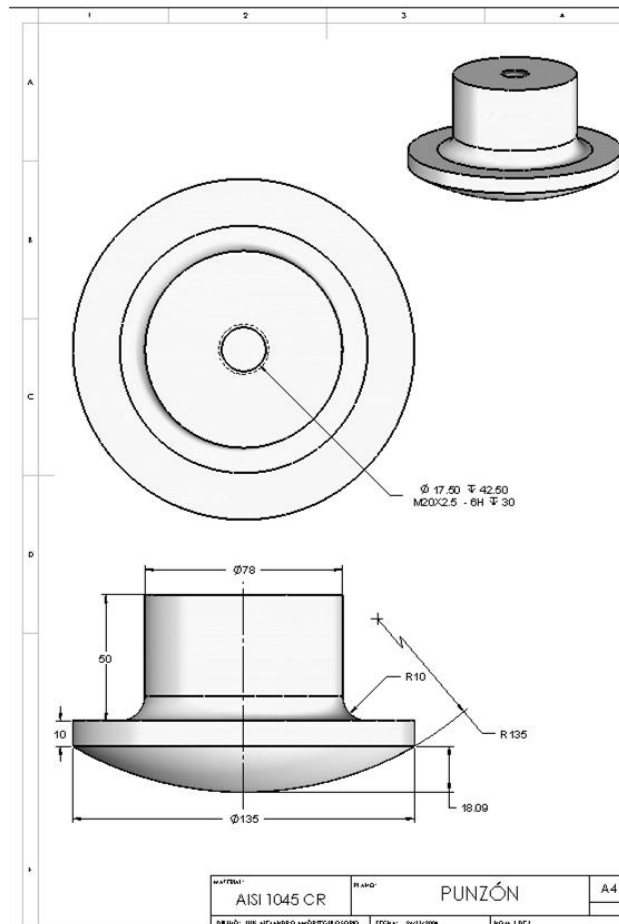
El material de las láminas es acero estructural cortado en láminas cuadradas de 400×400mm con espesores 1.9mm, 1.5mm y 0.9mm.

Figura 20. Plano de la matriz de abombado usada en la etapa experimental. (Medidas en mm.)



- <sup>12</sup> MONTGOMERY, D. Diseño y Análisis de Experimentos. 2da ed. Mexico: Limusa Wiley, 2004. 700p. ISBN 968-18-6156-6

**Figura 21. Plano del punzón de abombado usado en la etapa experimental de la investigación. (Medidas en mm.)**



La matriz y el punzón fueron hechos en acero AISI1045. En la Figura 20 y Figura 21 se muestran los planos de fabricación de dichos accesorios. Las dimensiones del punzón se tomaron de acuerdo a la elaboración de estos se llevó a cabo en el centro de mecanizado Leadwel V30 ubicado en el Taller de Manufactura de la Universidad del Norte. De la Figura 22 a la Figura 24 se muestran fotografías de la fabricación y presentación de las herramientas de abombado.



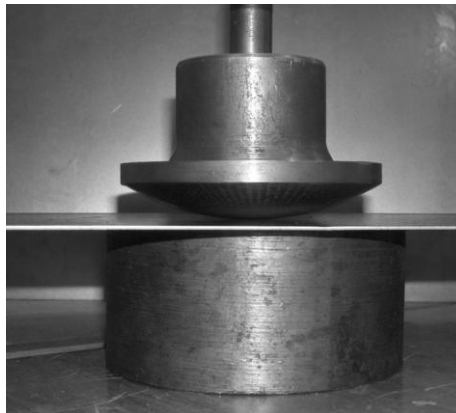
**Figura 22. Matriz de abombado**



**Figura 23. Punzón de abombado.**



**Figura 24. Matriz y punzón de abombado presentados sobre una de las láminas para prueba.**



Con el experimento se medirá la fuerza necesaria para conformar la lámina dependiendo de su espesor y la presencia lubricante en las superficies de las herramientas y la lámina.

Se trata de un experimento factorial general dado que hay dos factores, el espesor posee tres niveles y es de naturaleza cuantitativa, mientras que la presencia de lubricante es cualitativa y posee 2 niveles. En la Tabla 13 se muestran los factores y sus niveles.

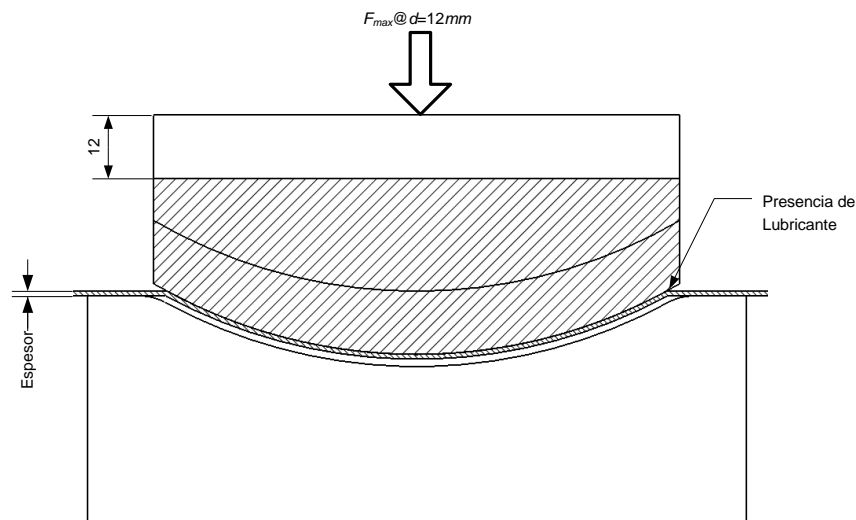
**Tabla 1. Factores del experimento y sus niveles.**

Factor	Niveles del factor
Espesor de la lámina (Cuantitativo)	0.9mm
	1.5mm
	1.9mm
Presencia de lubricante (Cualitativo)	Con aceite
	Sin aceite

Dado que esta investigación propone el planteamiento de un modelo para la determinación de la fuerza necesaria para abombar, como resultado del experimento se esperan dos modelos de regresión que involucren ambos factores si son significativos en el análisis de varianza.

Una etapa importante de la experimentación es la determinación del tamaño de la muestra, para lo cual se ejecutó una prueba piloto en la que se midió la fuerza máxima para un desplazamiento de 12mm del punzón y para hallar la desviación estándar. En la Figura 25 se muestra el esquema de la prueba realizada.

**Figura 25. Esquema de la prueba.**



## 5.2. DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO DE LA MUESTRA

Para la determinación del tamaño de la muestra del experimento se ejecutó una prueba piloto para hallar una varianza de las muestras. En la Tabla 2 se muestran los resultados de la prueba piloto realizada.

Tabla 2. Resultados de la prueba piloto.

Espesor (mm)	$F_{\max@d=12mm}$
0.9	0.75
	1.21
	0.85
	1.15
1.9	2.2
	2.15
	1.9
	1.95
	1.93

La varianza de los resultados de la prueba piloto fue de  $\sigma^2 = 0.327\text{ton}$ .

Figura 26. Fotografía de un ensayo para la prueba piloto.



Para continuar con la determinación del tamaño de la muestra, y a partir de una revisión de los datos del experimento piloto, se asume que una diferencia de 1.0ton entre niveles es significativa para el experimento, con lo cual se halla el parámetro  $\Phi$  en función del número de réplicas  $n$ ,

$$\Phi^2 = \frac{nD^2}{a\sigma^2}$$

$$\Phi^2 = \frac{n(0.75)^2}{(3)(0.327)}$$

$$\Phi^2 = 0.573n$$

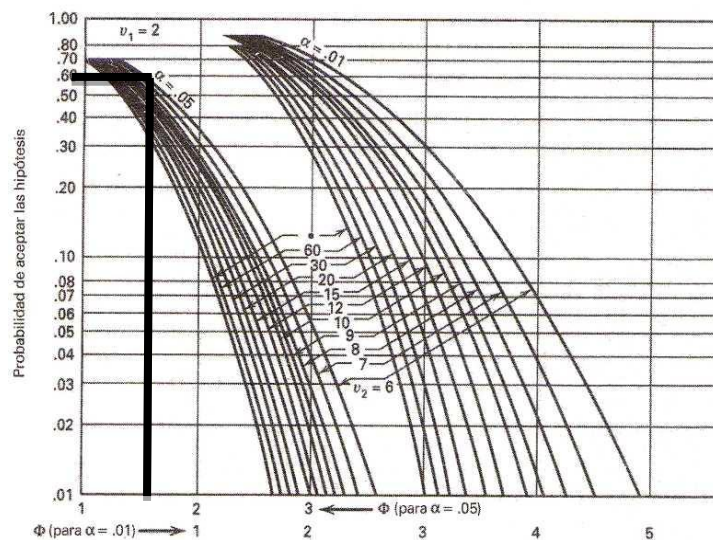
En la Tabla 3 se muestra las iteraciones que junto con la gráfica de la Figura 27, va mostrando como aumenta el valor de la potencia de la prueba junto con el número de replicas. Se aprecia que con seis replicas se obtiene una potencia de la prueba del 90% lo cual es aceptable para un experimento de esta naturaleza.

**Tabla 3. Iteraciones para determinación de la potencia de la prueba.**

Número de Replicas	$\Phi^2$	$\Phi$	$a(n-1)$	$\beta$	$1-\beta$
4	4.082	2.021	9	0.25	0.75
5	5.103	2.259	12	0.19	0.81
6	6.124	2.475	15	0.1	0.90

El nivel de confianza tomado fue del 5% por tratarse de un experimento inicial. Realizar los ensayos con 1% de confianza sería muy exigente (muchas más réplicas).

**Figura 27. Curva de operación característica de efectos fijos para  $a=1=2$ .**



Tomado de: Montgomery D. Diseño y Análisis de Experimentos. 2Ed. Limusa Wiley, 2004.

### 5.3. EJECUCIÓN DEL ENSAYO

Para efectuar la ejecución de los ensayos, en la Tabla 4 se muestra la codificación de las pruebas, y en la Tabla 5 el orden de la ejecución de las mismas. Por conveniencia y para evitar tiempo de limpieza de las superficies del punzón y el dado, primero se ejecutaron los ensayos sin aceite y después los que sí tenían. Este arreglo generó bloques en el experimento los cuales serán tenidos en cuenta en el análisis de varianza.

**Tabla 4. Codificación de las réplicas.**

Espesor (mm)		Réplicas					
Sin Aceite	0.9	1	4	7	10	13	16
	1.5	2	5	8	11	14	17
	1.9	3	6	9	12	15	18
Con Aceite	0.9	19	22	25	28	31	34
	1.5	20	23	26	29	32	35
	1.9	21	24	27	30	33	36

**Tabla 5. Orden de ejecución de los ensayos.**

Orden	Código	Orden	Código	Orden	Código
1	4	13	13	25	33
2	9	14	1	26	28
3	14	15	6	27	23
4	17	16	18	28	21
5	2	17	8	29	25
6	11	18	12	30	34
7	15	19	22	31	31
8	10	20	27	32	19
9	5	21	32	33	24
10	3	22	35	34	36
11	7	23	20	35	26
12	16	24	29	36	30

En la Tabla 6 se muestran los resultados de la ejecución de las pruebas.

**Tabla 6. Resultados del ensayo tabulados (Fuerza en toneladas).**

Espesor (mm)	Presencia de lubricante			
	Sin Aceite		Con Aceite	
0.9	0.863	2.12	0.722	1.088
	0.907	1.237	0.934	1.290
	1.258	1.237	1.383	0.902
1.5	2.695	1.966	2.137	3.856
	2.594	1.939	2.415	2.818
	2.000	2.734	2.456	2.974
1.9	2.713	2.991	2.315	2.781
	2.587	2.704	3.018	2.606
	2.927	3.582	2.483	3.205

#### 5.4. VERIFICACIÓN DE LOS DATOS

Para comprobar la validez de los datos, se verificaron tres supuestos necesarios, En la Figura 28 se muestra la gráfica de probabilidad normal de los residuos, en la cual se aprecia que los datos están cercanos a una línea recta, es decir la distribución del error es normal. En la Tabla 7 se muestran los residuales, y en Tabla 8 se muestran los residuos estandarizados. No se aprecia ningún valor que deba preocupar.

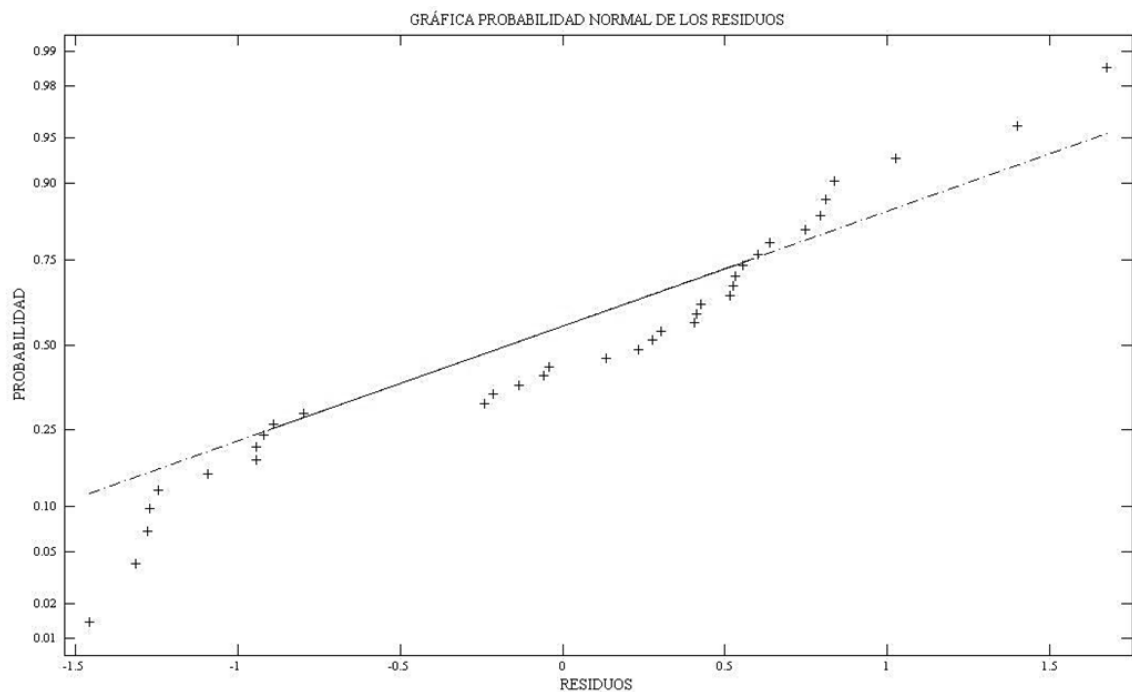
**Tabla 7. Residuales del experimentos**

Residuales			
-0.403	0.854	-0.331	0.035
-0.359	-0.029	-0.119	0.237
-0.008	-0.053	0.330	-0.151
0.366	-0.363	-0.639	1.080
0.265	-0.390	-0.361	0.042
-0.284	0.405	-0.320	0.198
-0.204	0.074	-0.420	0.046
-0.330	-0.213	0.283	-0.129
0.010	0.665	-0.252	0.470

**Tabla 8. Residuos estandarizados.**

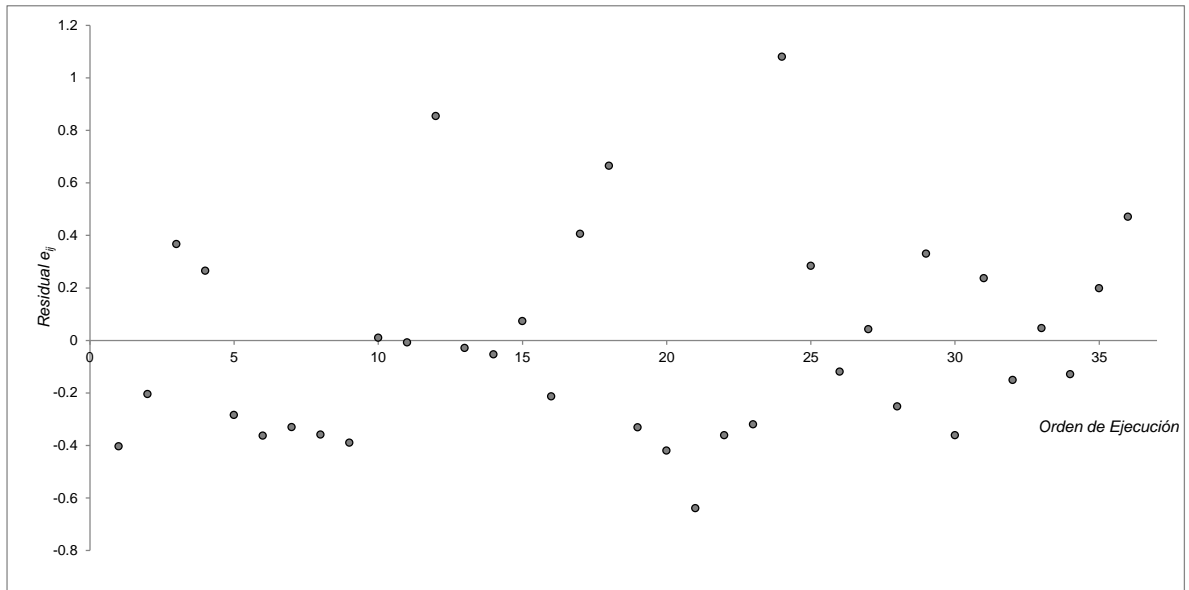
Residuales Estandarizados			
-0.98	2.07	-0.80	0.08
-0.87	-0.07	-0.29	0.57
-0.02	-0.13	0.80	-0.37
0.89	-0.88	-1.55	2.61
0.64	-0.94	-0.87	0.10
-0.69	0.98	-0.77	0.48
-0.49	0.18	-1.02	0.11
-0.80	-0.52	0.69	-0.31
0.02	1.61	-0.61	1.14

**Figura 28. Gráfica de probabilidad normal de los residuos del experimento.**



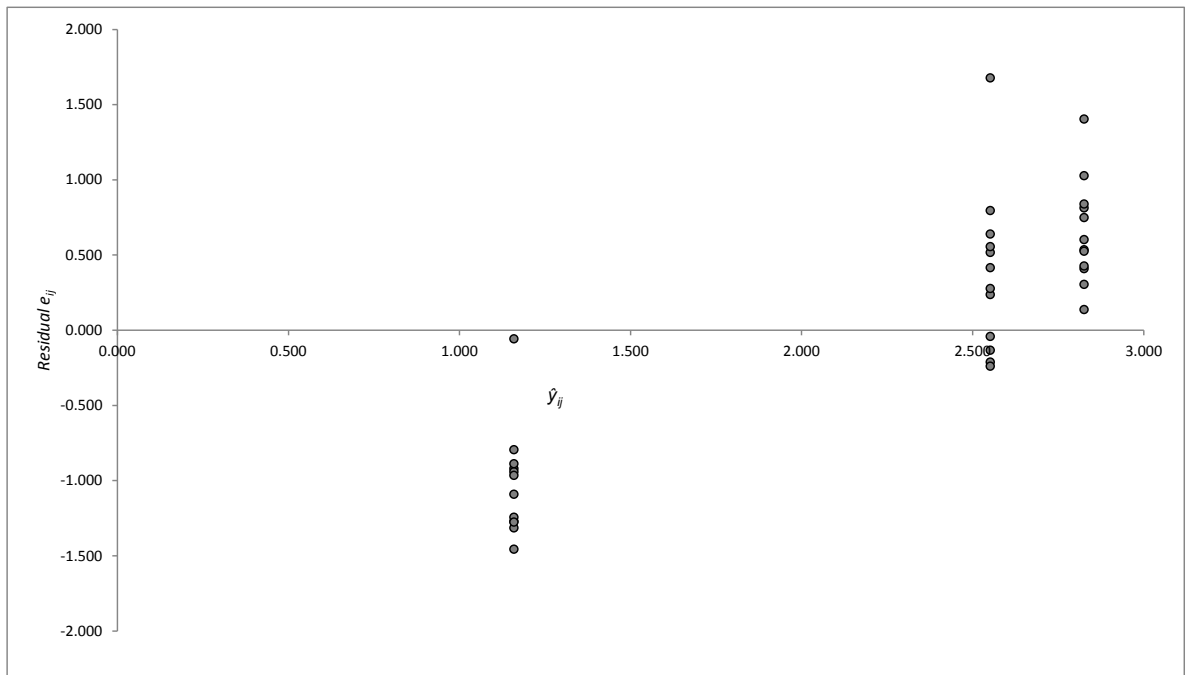
La Figura 29 presenta los residuos contra el orden de ejecución de los ensayos. No se aprecia ninguna tendencia a tener valores positivos o negativos juntos de lo cual se puede concluir que existe independencia entre los errores del experimento.

**Figura 29. Gráfica de los residuos contra el orden de ejecución.**



Finalmente en la Figura 30 se muestran los residuales contra el valor ajustado de fuerza  $y_{ij}$ . Nótese que no se presenta ningún tipo de patrón en forma de embudo de lo cual se puede concluir que la varianza del experimento es constante y no varía según el aumento de fuerza medida.

**Figura 30. Gráfica de los residuales contra los valores ajustados**





## 5.5. ANÁLISIS DE LOS DATOS

El resultado del análisis de varianza se muestra en la Tabla 9.

**Tabla 9. Análisis de varianza del experimento.**

	Suma de Cuadrados	Grados de Libertad	Cuadrado Medio	F	Probabilidad
Espesor	19.163	2	9.582	56.124	$7.45 \times 10^{-11}$
Aceite	0.003	1	0.003	0.015	0.909
Interacción	0.834	2	0.417	2.442	0.102
Error	5.121	30	0.171		
Total	25.121	35			

De este análisis se puede concluir que la presencia de aceite y la interacción espesor-aceite no son significativas, mientras que el espesor si lo es. El modelo de regresión lineal planteado del experimento es:

$$F = -0.279 + 1.716t \quad (5.1)$$

Donde  $F$  es la fuerza de abombado y  $t$  el espesor de la lámina.

Los valores de  $R^2$  y  $R^2$  ajustado del modelo lineal son 71.4% y 70.6% respectivamente.

En la

Tabla 10 se muestra el resumen de la fuerza calculada con el modelo de regresión lineal para los tres espesores usados en el experimento.

**Tabla 10. Valores de fuerza calculados con la ecuación** ¡Error! No se encuentra el origen de la referencia..

Espesor (mm)	Fuerza (tonf)
0.9	1.27
1.5	2.3
1.9	2.98

En el capítulo 8. se cotejarán estos resultados con los encontrados en las modelaciones numérica y analítica.

## **6. MODELIZACIÓN NUMÉRICA COMPUTACIONAL**

En este capítulo se presenta la modelización numérica o computacional a través del método de Elementos Finitos (FEA) del modelo, describiendo las consideraciones geométricas, parámetros de cálculo, elementos usados, malla, material, contactos, y finalmente se mostraran los resultados obtenidos de la simulación. Para la simulación se usó el programa computacional ANSYS®.

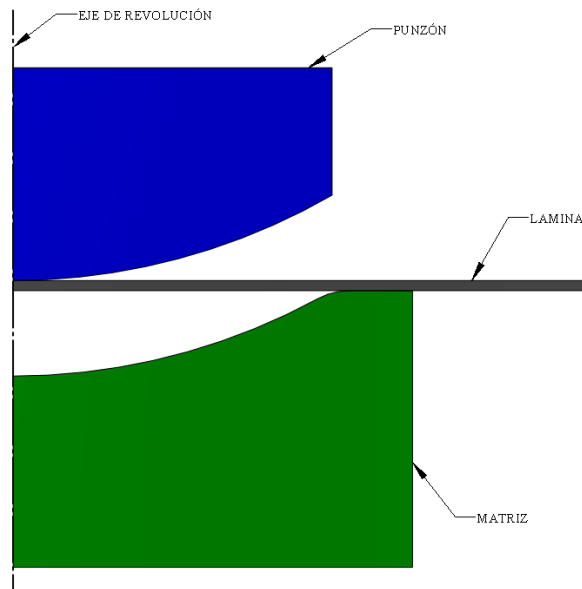
### **6.1. CONSIDERACIONES DEL MODELO**

Debido a que se trata de un modelo con una geometría de revolución o axisimétrica, se puede hacer el análisis de una sección y expandirlo con lo que se consigue un ahorro significativo de tiempo y recursos por la disminución de nodos y elementos. La construcción del modelo geométrico se hizo en el programa SolidWorks® como un dibujo plano, construido el primer cuadrante y exportado como áreas en formato IGES tal y como se muestra en la Figura 31. Las dimensiones usadas se muestran en los planos de la Figura 20 y Figura 21.

Para la solución a través de elementos finitos se hacen las siguientes consideraciones:

- El modelo de material usado para el acero es elastoplástico isotrópico bilineal.
- No se tiene en cuenta la fricción entre los elementos.
- El punzón y la matriz se toman como elementos con una rigidez muy alta en comparación con la lámina.
- La velocidad de aplicación de la carga fue de 1.3mm/s, que fue la misma usada en la experimentación dictada por la máquina universal de ensayos.
- Al ser bastante baja la velocidad de aplicación, no se tiene en cuenta fuerzas inerciales de las partes en movimiento

**Figura 31. Geometría para el modelo para el análisis por elementos finitos.**

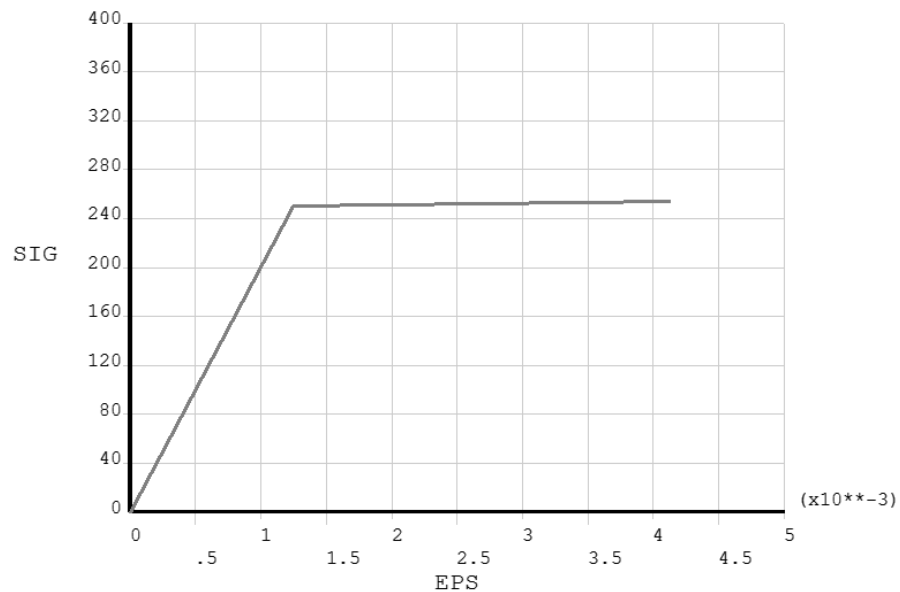


Los elementos usados en el análisis son PLANE183 para el espesor de la lámina, TARGET169 para las superficies de la matriz y el punzón, y el CONTA172 para las superficies de la lámina en contacto con el punzón y la matriz. La descripción de estos elementos se encuentra en el Anexo A. El modelo de material usado es Elasto-plástico lineal (bilineal), con parámetros mostrados en la Tabla 11 y la grafica del modelo se muestra en la Figura 32.

**Tabla 11. Propiedades usadas para modelar el material de la lámina.**

Modulo de Elasticidad (Mpa)	$200 \times 10^3$
Resistencia a la fluencia (Mpa)	280
Coefficiente de Poisson	0.3
Modulo Tangencial (Mpa)	1250

**Figura 32. Gráfica Esfuerzo Vs. Deformación usado como modelo bilineal para el material de la simulación.**

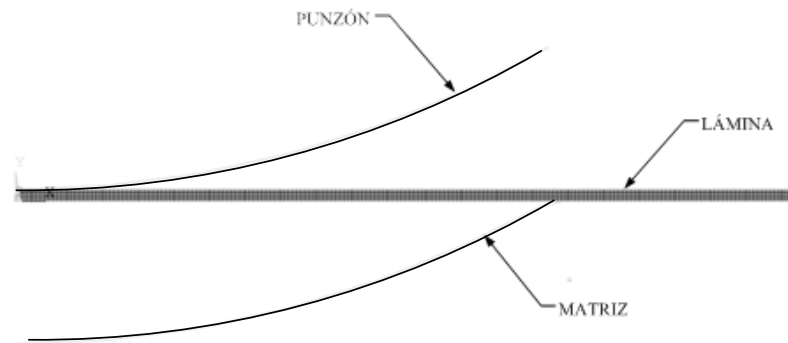


Las restricciones y cargas usadas en el modelo son:

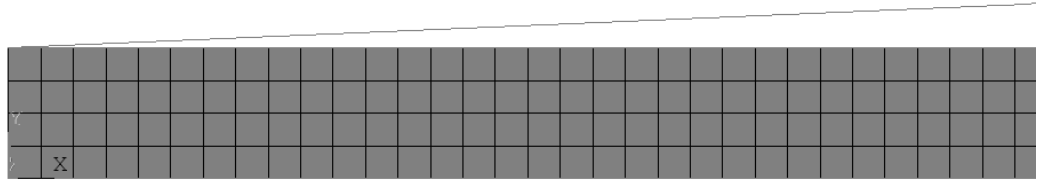
- El punzón en tiene desplazamiento de 12mm en la dirección  $y$  ( $u_y = -12$ ), 0mm en la dirección  $x$  y  $0^\circ$  en la rotación en  $z$  ( $u_x = 0, r = 0$ ).
- Para las matriz se restringieron todos su grados de libertad ( $u_x = 0, u_y = 0, r = 0$ ).
- A la lámina no se le restringió ningún grado de libertad dado que físicamente no existe ninguna sujeción en ella al momento del abombado.

En la Figura 33 se muestra la geometría del problema mallada, e indicando los elementos y en la Figura 34 un detalle de la lámina mallada con los elementos PLANE183.

**Figura 33. Geometría del modelo mallado.**



**Figura 34. Detalle del mallado de la lámina.**



## **6.2. VERIFICACIÓN DEL MODELO**

Para la verificación del modelo se ejecutaron simulaciones de los tres espesores con cinco mallados diferentes, cada uno de un tamaño menor a la mitad de la anterior como se muestra en la Figura 35. Con esto se verificó convergencia de los resultados independiente del tamaño de la malla.

**Figura 35. Mallados usados para verificación de convergencia. En (a) se muestra el tamaño de elemento igual al espesor  $t$  de la lámina; en (b) el tamaño es  $t/2$ , en (c) el tamaño es  $t/4$ , en (d) es  $t/8$  y en (e) es  $t/16$ .**

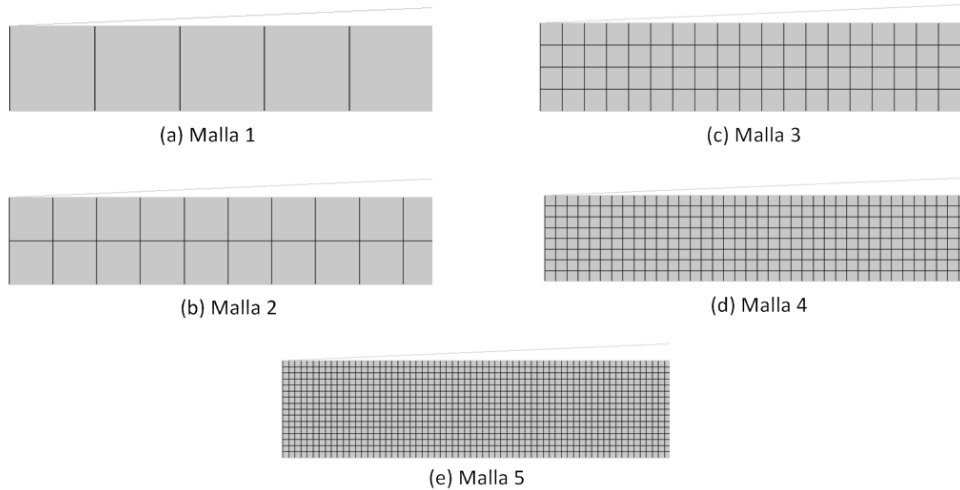


Figura 36. Variación del primer esfuerzo principal, esfuerzo de Von Mises y de la fuerza de abombado para la lámina de 0.9mm de espesor con respecto a la malla usada.

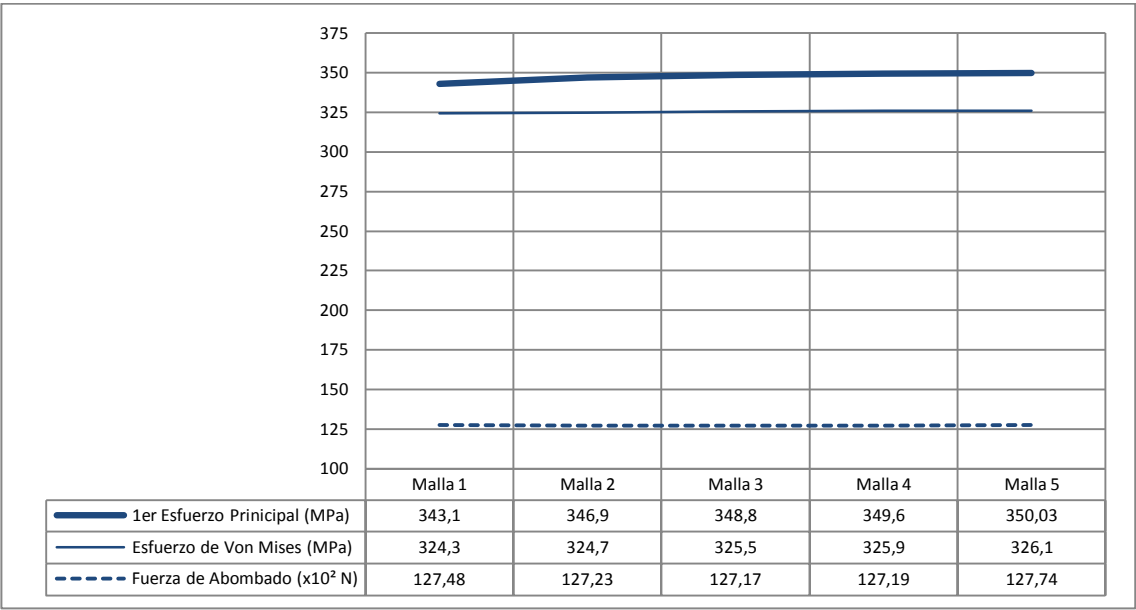
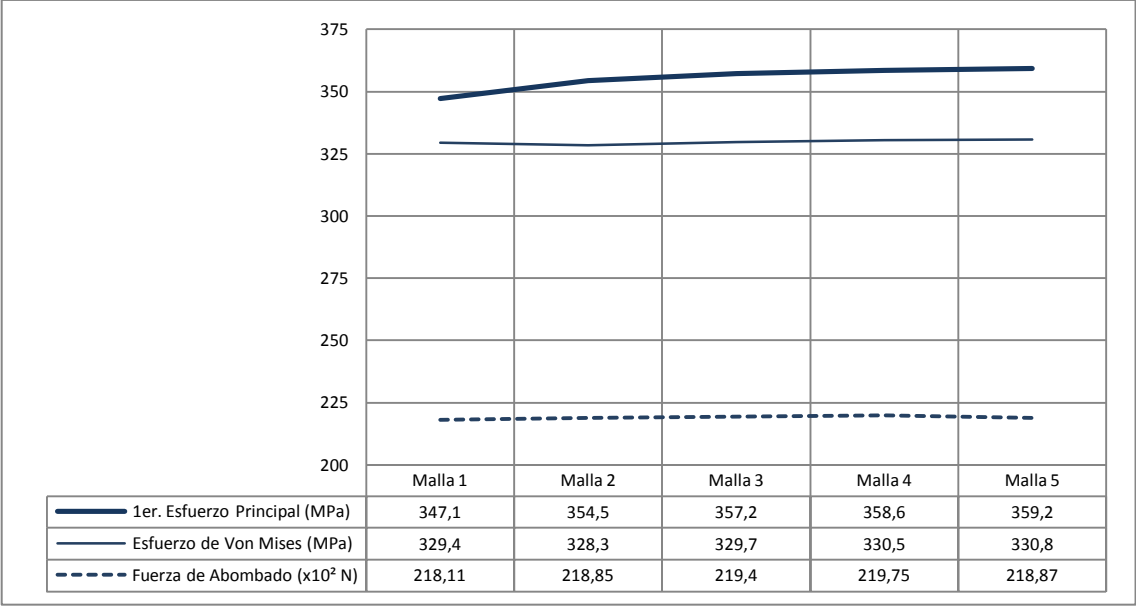
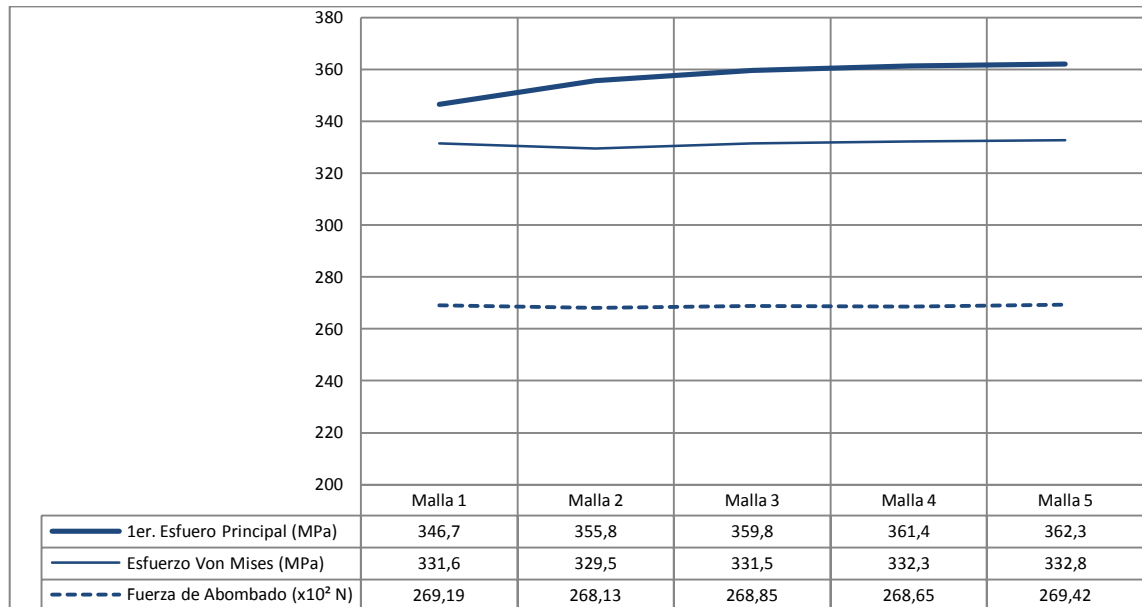


Figura 37. Variación del primer esfuerzo principal, esfuerzo de Von Mises y de la fuerza de abombado para la lámina de 1.5mm de espesor con respecto a la malla usada.



**Figura 38. Variación del primer esfuerzo principal, esfuerzo de Von Mises y de la fuerza de abombado para la lámina de 1.9mm de espesor con respecto a la malla usada.**



Como se aprecia en las anteriores figuras, la variación de los resultados con respecto al refinamiento de la malla es poco a partir de la malla 3, por lo tanto en el modelo se puede considerar que la convergencia de los resultados es aceptable y se puede confiar en los resultados obtenidos a partir de ese refinamiento.

### 6.3. RESULTADOS

Una vez verificadas las condiciones del modelo, se procede a simularlo para tabular y graficar la fuerza de abombado, la forma deformada y el esfuerzo equivalente para cada una de las láminas. A continuación se muestran las figuras donde se aprecian dichos resultados para cada uno de los espesores evaluados.

Figura 39. Lamina de 0.9mm deformada.

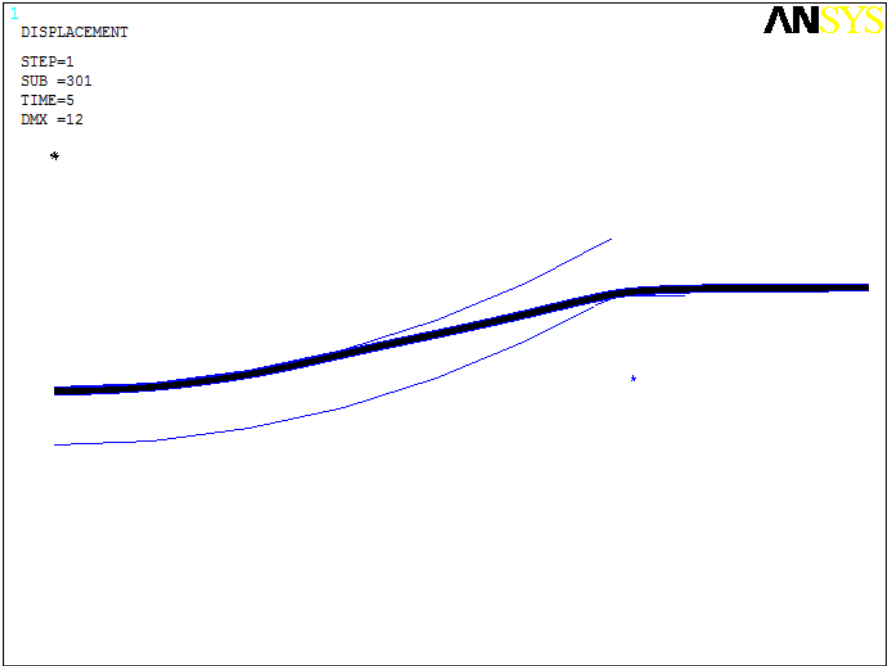


Figura 40. Esfuerzo de Von Mises en lámina de 0.9mm

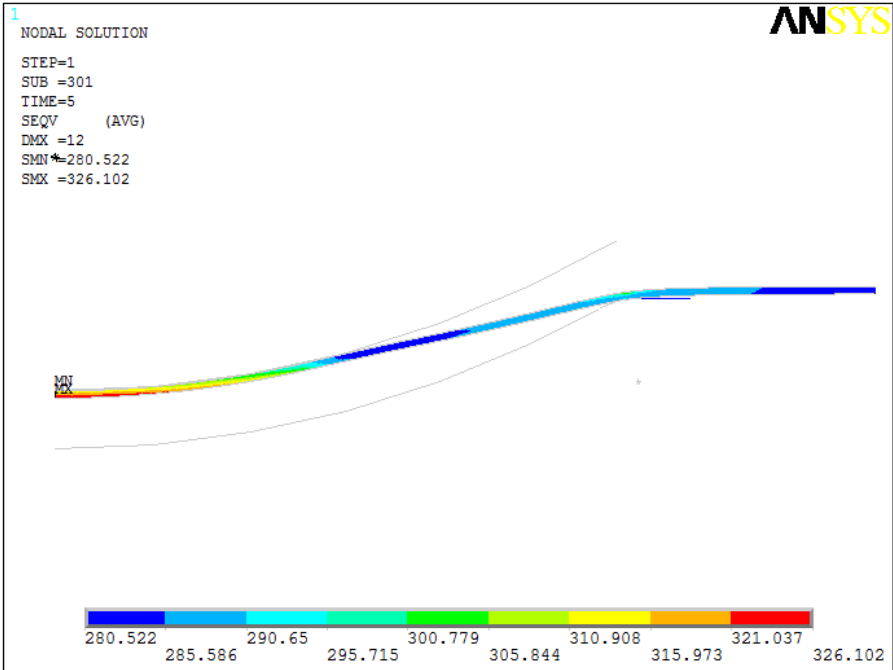




Figura 41. Lamina de 1.5mm deformada

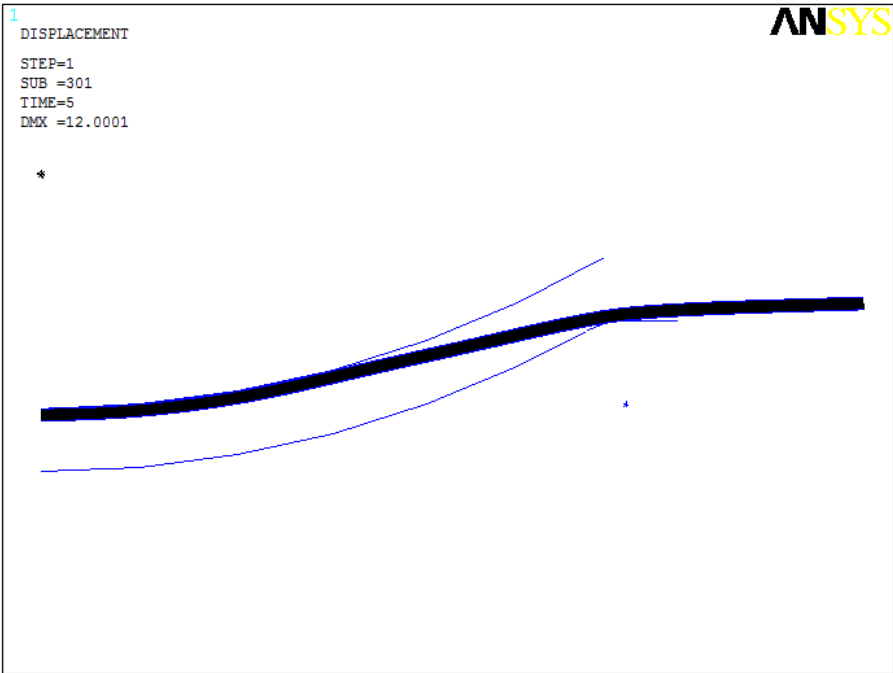


Figura 42. Esfuerzo de Von Mises en lámina 1.5mm.

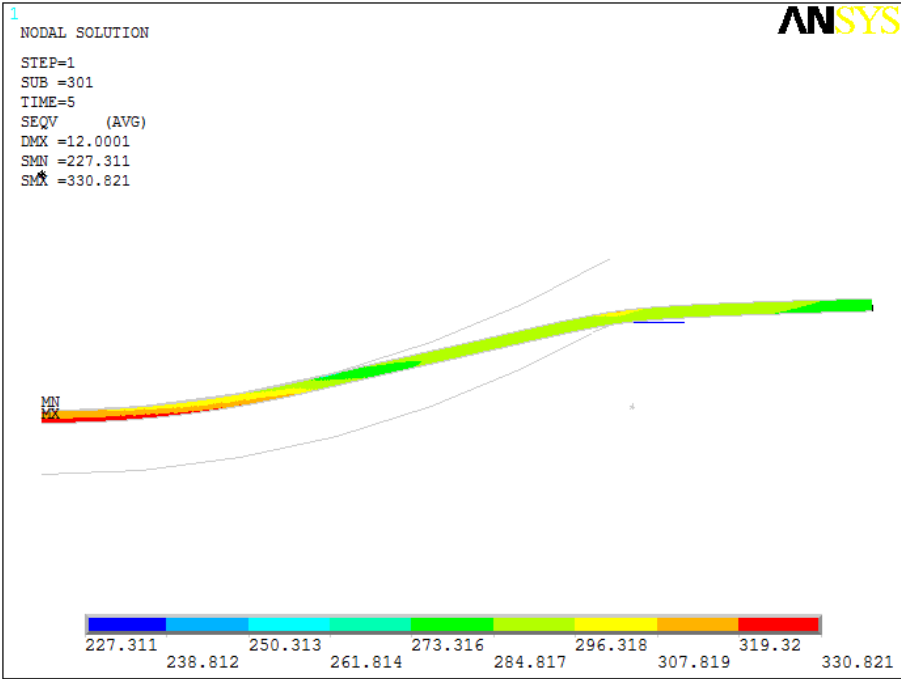


Figura 43. Lamina de 1.9mm deformada

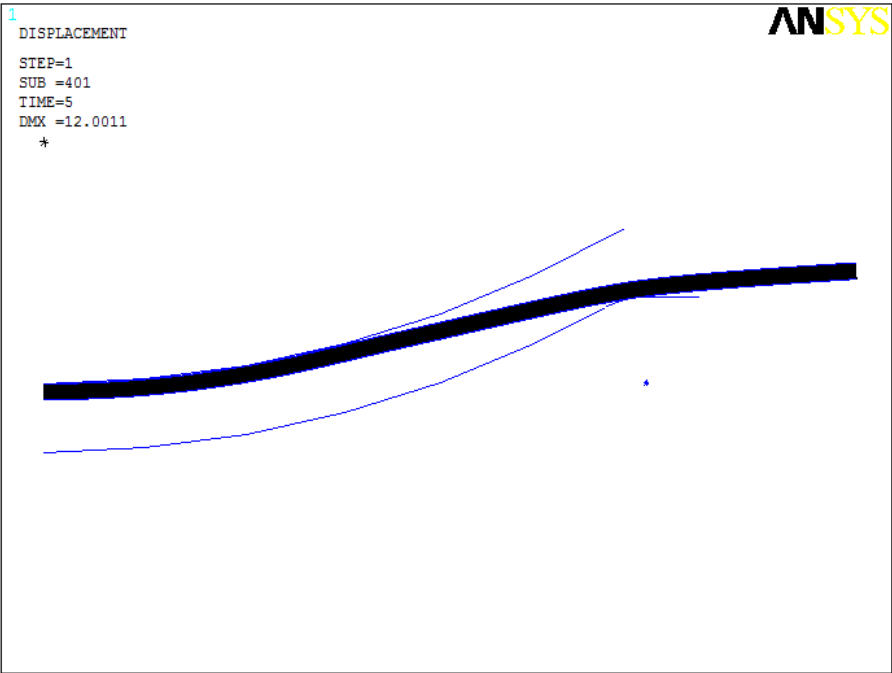
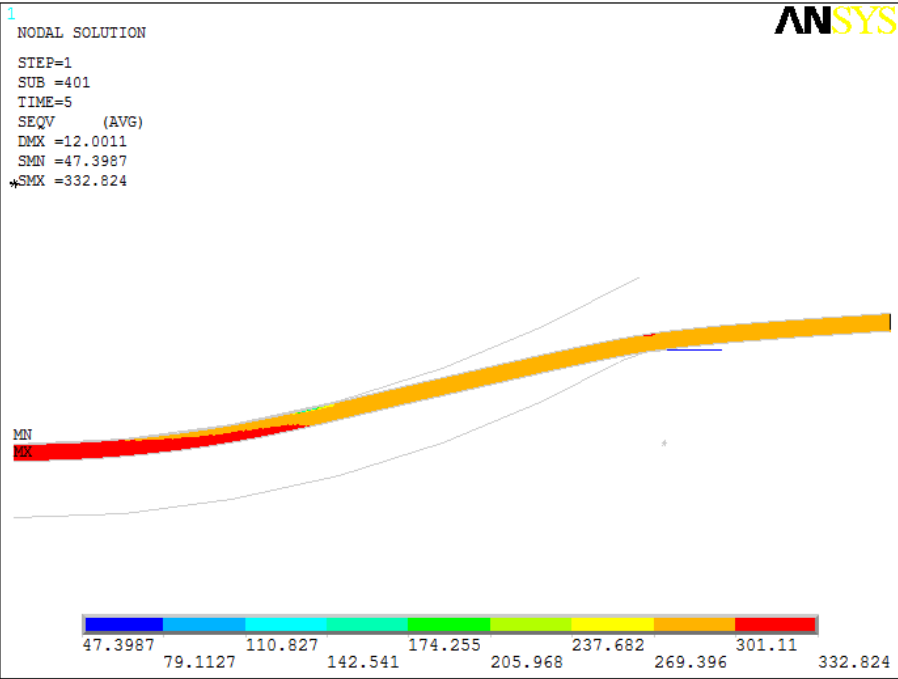


Figura 44. Esfuerzo de Von Mises en lámina de 1.9mm



Los valores de fuerza de abombado para cada espesor de lámina son:

Espesor (mm)	Fuerza (N)	Fuerza (tonf)
0.9	12744	1.30
1.5	21887	2.23
1.9	26942	2.75

La comparación de estos resultados con otros modelos se presenta muestra en el capítulo 8.  
COMPARACIÓN DE RESULTADOS.

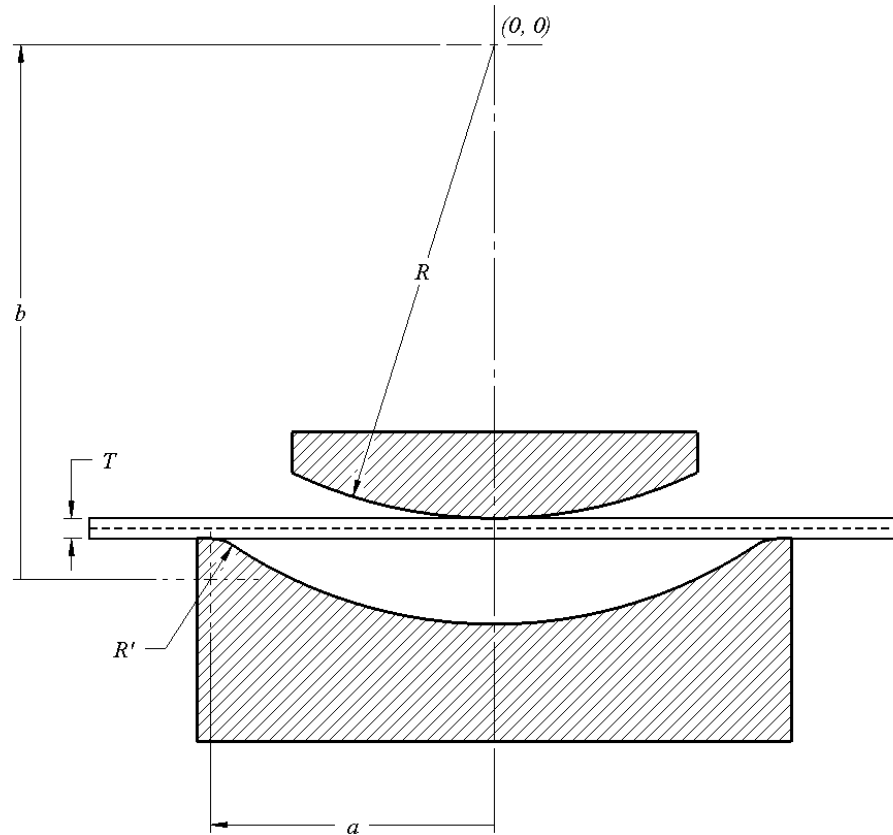
## 7. MODELO ANALÍTICO

Para la consecución de un modelo analítico que determine la fuerza necesaria para abombar una lámina, se halla la deformación en una de las direcciones, en este caso en la dirección meridional  $\phi$  (Dirección radial).

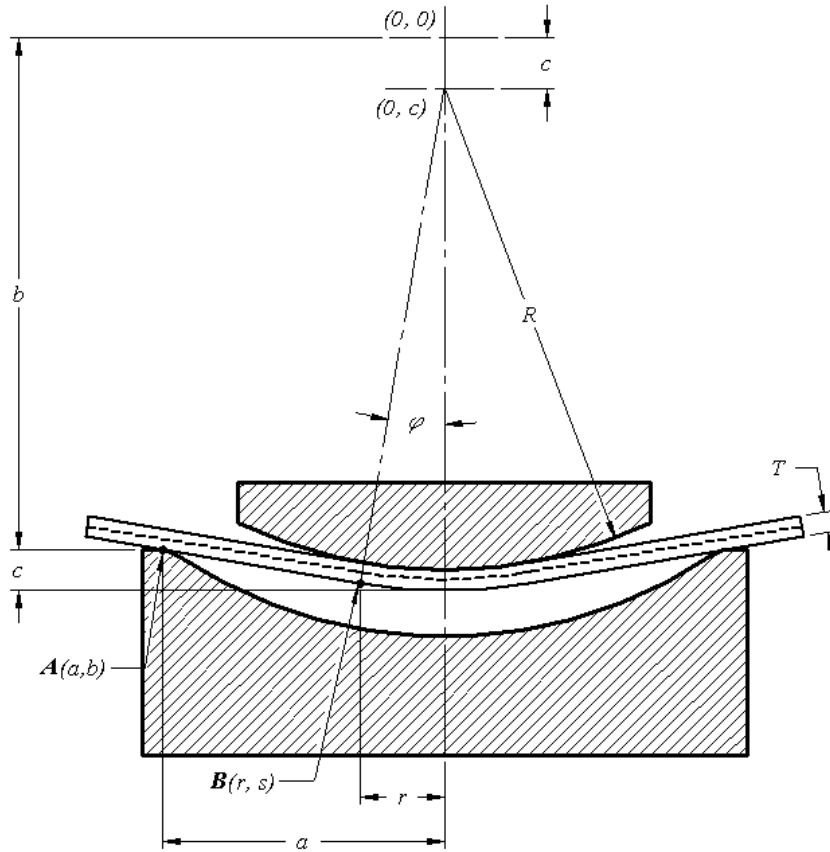
$$\varepsilon_{\phi} = \ln \left( \frac{l_{\phi}}{r_0} \right)$$

Donde  $r_0$  es la distancia horizontal, que va desde la tangencia entre el punzón y la lámina hasta el eje de rotación, y depende del desplazamiento vertical  $c$  del punzón;  $l_{\phi}$  es la longitud de la lámina deformada en el arco subtendido por el ángulo  $\phi$ , y  $R$  es el radio del punzón. En la Figura 45 y Figura 46 se muestran los esquemas donde están las variables mencionadas, en los estados inicial y después del desplazamiento y respectivamente.

**Figura 45. Esquema del estado inicial del proceso para la determinación de las deformaciones.**



**Figura 46. Esquema del estado final del proceso para la determinación de las deformaciones.**



Por lo tanto,

$$\begin{aligned}\varepsilon_\varphi &= \ln \left( \frac{R\varphi}{R \sin \varphi} \right) \\ \varepsilon_\varphi &= \ln \left( \frac{\varphi}{\sin \varphi} \right)\end{aligned}\quad (7.1)$$

El punzón al ser de forma hemisférica, el modo de deformación al cual está sujeto el problema corresponde al estiramiento biaxial en la zona de carga, con lo cual se tiene que  $\beta = 1$ , por lo tanto:

$$\varepsilon_\varphi = \beta \varepsilon_\theta$$

$$\varepsilon_\varphi = \varepsilon_\theta$$

Por la condición de incompresibilidad se tiene que:

$$\begin{aligned}\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\theta + \varepsilon_t &= 0 \\ \varepsilon_t &= -(\varepsilon_\varphi + \varepsilon_\theta) \\ \varepsilon_t &= -2\varepsilon_\varphi \\ \varepsilon_t &= -2\ln\left(\frac{\varphi}{\sin\varphi}\right)\end{aligned}$$

Con esto, el espesor de la lámina en el momento del desplazamiento  $d$  es:

$$\begin{aligned}\varepsilon_t &= \ln\left(\frac{t}{t_0}\right) \\ t &= t_0 e^{\varepsilon_t} \\ t &= t_0 e^{-2\varepsilon_\varphi} \\ t &= t_0 e^{-2\ln\left(\frac{\varphi}{\sin\varphi}\right)} \\ t &= t_0 \left(\frac{\varphi}{\sin\varphi}\right)^{-2} \\ t &= \frac{t_0 \sin^2 \varphi}{\varphi^2}\end{aligned}$$

Se sabe que la tensión meridional es:

$$T_\varphi = t\sigma_\varphi$$

El valor de la constante  $\alpha$  es:

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{2\beta + 1}{2 + \beta} \\ \alpha &= \frac{2(1) + 1}{2 + 1} \\ \alpha &= 1\end{aligned}$$

Aplicando el criterio de fluencia para esfuerzo plano,

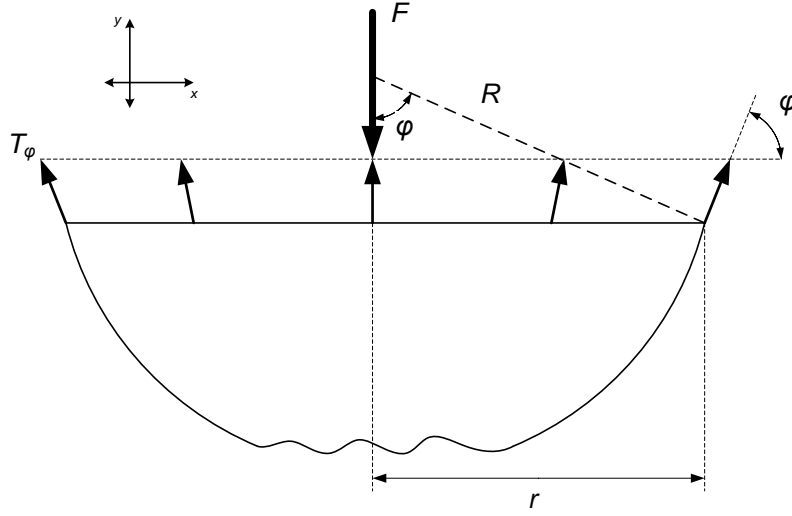
$$\begin{aligned}\left(\sqrt{1 - \alpha + \alpha^2}\right)\sigma_\varphi &= \bar{\sigma} \\ \left(\sqrt{1 - 1 + 1^2}\right)\sigma_\varphi &= \bar{\sigma} \\ \sigma_\varphi &= \bar{\sigma}\end{aligned}$$

Por lo tanto la tensión en la dirección meridional es,

$$T_{\varphi} = \frac{t_0 \sin^2 \varphi}{\varphi^2} \bar{\sigma}$$

Para hallar el valor de la fuerza para abombar se realiza un corte por el radio de tangencia  $r$  y se hace un diagrama de cuerpo libre tal como se muestra en la Figura 46.

Figura 47. Diagrama de cuerpo libre de la zona conformada.



La fuerza resultante a partir de la tensión  $T_{\varphi}$  se

$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0 \\ -F + f(T_{\varphi})_y &= 0 \\ F &= f(T_{\varphi})_y \\ F &= f(T_{\varphi}) \sin \varphi\end{aligned}$$

La fuerza es:

$$\begin{aligned}f(T_{\varphi}) &= 2\pi r T_{\varphi} \\ f(T_{\varphi}) &= 2\pi r \frac{t_0 \sin^2 \varphi}{\varphi^2} \bar{\sigma}\end{aligned}$$

La componente en el eje y de la fuerza es:

$$f(T_\varphi)_y = 2\pi r \frac{t_0 \sin^2 \varphi}{\varphi^2} \bar{\sigma} \sin \varphi$$

$$f(T_\varphi)_y = 2\pi \frac{rt_0 \sin^3 \varphi}{\varphi^2} \bar{\sigma}$$

Por lo tanto la fuerza para abombar la lámina es:

$$F = 2\pi \frac{r \cdot t_0 \cdot \sin^3 \varphi}{\varphi^2} \bar{\sigma} \quad (7.2)$$

Para obtener una ecuación en función de las variables conocidas al inicio del proceso, es necesario colocar las cantidades en función del radio de punzón  $R$  y su desplazamiento vertical  $c$ .

De la Figura 46 se puede obtener que tiene que:

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{r}{R}\right) \quad (7.3)$$

Asumiendo que el tramo de lámina entre los puntos  $A(a, b)$  y  $B(r, s)$  es recto, y tangente al punzón en  $B$  y pasando por el punto  $A$  de la matriz, se plantean las ecuaciones de la circunferencia con centro en  $(0, c)$  y radio  $R+t$ , y de la recta que pasa por los puntos  $A$  y  $B$ .

$$(x-0)^2 + (y-c)^2 = (R+t)^2 \quad 0 \leq x \leq r \quad \text{Ecuación de la circunferencia} \quad (7.4)$$

$$y-b = \frac{b-s}{a-r}(x-a) \quad r \leq x \leq R \quad \text{Ecuación de la recta AB} \quad (7.5)$$

De la Figura 17 se tiene que la distancia  $b$  es  $R+t$ , y despejando  $r$ :

$$r = \frac{(R+t)\left(a(R+t) + (c-R-t)\sqrt{a^2 + c(c-2R-2t)}\right)}{a^2 + c^2 - 2c(R+t) + (R+t)^2} \quad (7.6)$$

**Tabla 12. Variables para el cálculo del radio de tangencia. Ec. (7.6)**

Radio del punzón, $R$ (mm)	135
Abertura del punzón, $a$ (mm)	67.5
Posición inicial del punzón, $c$ (mm)	12

Ahora para cada uno de los espesores, se calcula el radio y ángulo de contacto.



**Tabla 13. Radio y ángulo de contacto calculados a partir de los datos de la Tabla 12 y las ecuaciones (7.3) y (7.6)**

Espesor (mm)	$r$ (mm)	$\varphi$ (°)
0.9	30.34	12.99
1.5	30.39	13.01
1.9	30.43	13.03

Para determinar la fuerza de abombado, primero hay que determinar con la ecuación (7.1) y los valores de la Tabla 13, las primeras deformaciones unitarias principales o en dirección meridional. Luego se determina la deformación efectiva, la cual corresponde a la deformación de una probeta en un ensayo de tensión, y por lo tanto con ella se podría determinar el esfuerzo equivalente con el modelo de material. La deformación efectiva viene dada en función de la constante de la deformación  $\beta$  y la deformación en dirección meridional:

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_{\varphi} \sqrt{\frac{4}{3}(1 + \beta + \beta^2)}$$

En la Tabla 14 se muestran los resultados de la deformación unitaria en dirección meridional y la deformación unitaria efectiva:

**Tabla 14. Deformaciones unitarias en deformación meridional o principal.**

Espesor (mm)	$\varepsilon_r$	$\bar{\varepsilon}$
0.9	0.00858	0.01716
1.5	0.00861	0.01722
1.9	0.00863	0.01726

Para determinar el esfuerzo equivalente en el abombado, se toma la deformación efectiva y el modelo de material seleccionado para el problema, que como se mostró en el análisis numérico (6.1) fue Elástico Bilineal con los parámetros mostrados en la Tabla 11. La ecuación del modelo es la siguiente

$$\bar{\sigma} = \begin{cases} (200 \times 10^3) \bar{\varepsilon} & (\sigma \leq 280 \text{ MPa}) \\ \left(1 - \frac{1250}{200 \times 10^3}\right)(250) + \left(\frac{1250}{200 \times 10^3}\right)(200 \times 10^3) \bar{\varepsilon} & (\sigma > 280 \text{ MPa}) \end{cases}$$

Como el proceso es deformación plástica, se usa la segunda parte de la ecuación con los valores de deformación unitaria de la Tabla 14, que para cada espesor es:

**Tabla 15. Esfuerzo efectivo aplicado durante el abombado.**

Espesor (mm)	Esfuerzo Efectivo $\bar{\sigma}$ (MPa)
0.9	299.7
1.5	299.8
1.9	299.8

Con la ecuación (7.2), el radio de contacto de la Tabla 13 y el esfuerzo efectivo de la Tabla 15, se halla la fuerza de abombado para cada espesor:

**Tabla 16. Fuerza de abombado para cada espesor de lámina y desplazamiento del punzón de 12mm.**

Espesor (mm)	Fuerza de Abombado (tonf)
0.9	1.17
1.5	1.96
1.9	2.49

## 8. COMPARACIÓN DE RESULTADOS

En las siguientes tablas (Tabla 17 y Tabla 18) se comparan los resultados obtenidos por los distintos modelos o métodos considerados.

**Tabla 17. Valores de la fuerza (tonf) hallado entre cada modelo.**

Espesor (mm)	Modelo Experimental	Modelo FEA	Modelo Analítico
0.9	1.27	1.30	1.17
1.5	2.3	2.23	1.96
1.9	2.98	2.75	2.49

**Tabla 18. Error porcentual entre cada resultado de los modelos.**

Espesor (mm)	Error Exp. – FEA (%)	Error Exp. – Analítico (%)	Error FEA – Analítico (%)
0.9	2	9	11
1.5	3	17	14
1.9	8	20	10

En las tablas anteriores se aprecia que existe una diferencia de valores en la fuerza de abombado obtenida en cada una de las modelizaciones hechas. Las explicaciones a esta diferencia pueden ser:

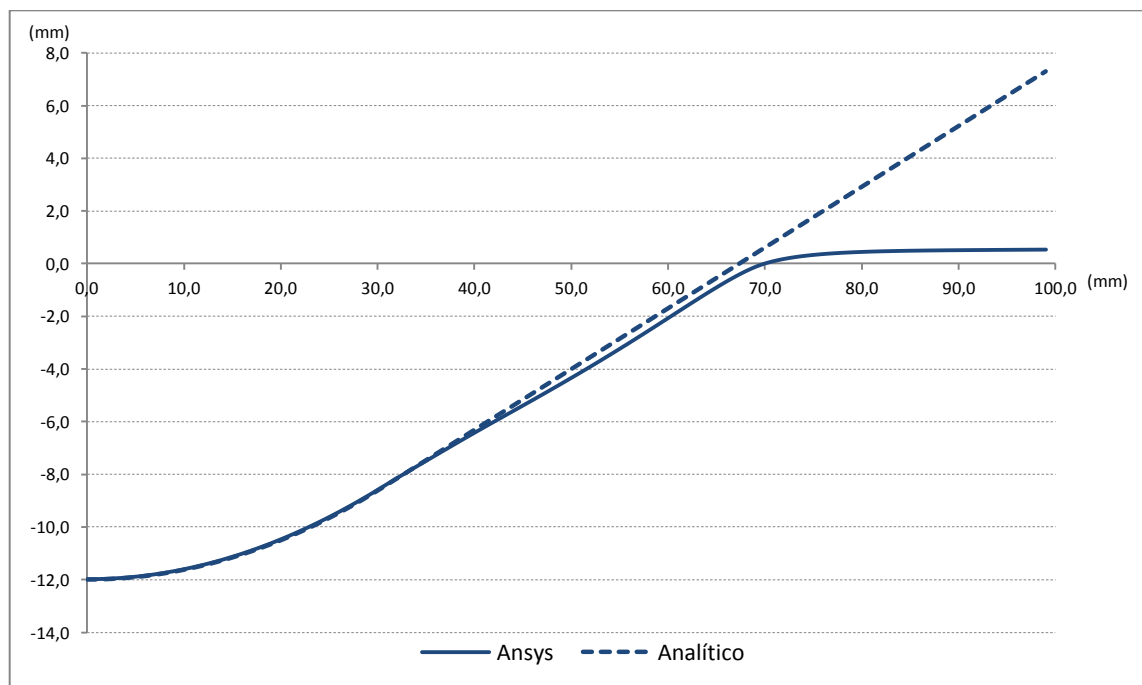
- La presencia de esfuerzos residuales derivados de la fabricación de las láminas afectan el comportamiento mecánico del material induciendo esfuerzos de compresión superficiales. Como consecuencia de ello, al realizar el abombado, en la superficie en contacto con el puzón, habrán mayores esfuerzos de compresión que en la superficie opuesta, por los esfuerzos de tensión debido al doblado, por lo cual la línea neutra tendrá un desplazamiento, que impactaría sobre los resultados de las modelizaciones numérica y analítica.
- En la experimentación, el corte cuadrado de las láminas introduce una diferencia frente a la axisimetría asumida en los modelos analíticos y numéricos. La presencia de mas material en la lámina presenta mayor restricción al flujo del mismo ocasionando que la fuerza requerida para

deformar sea mayor que sin el corte hubiese sido circular. Nótese que los datos de fuerza en los resultados experimentales son mayores que los de los otros modelos.

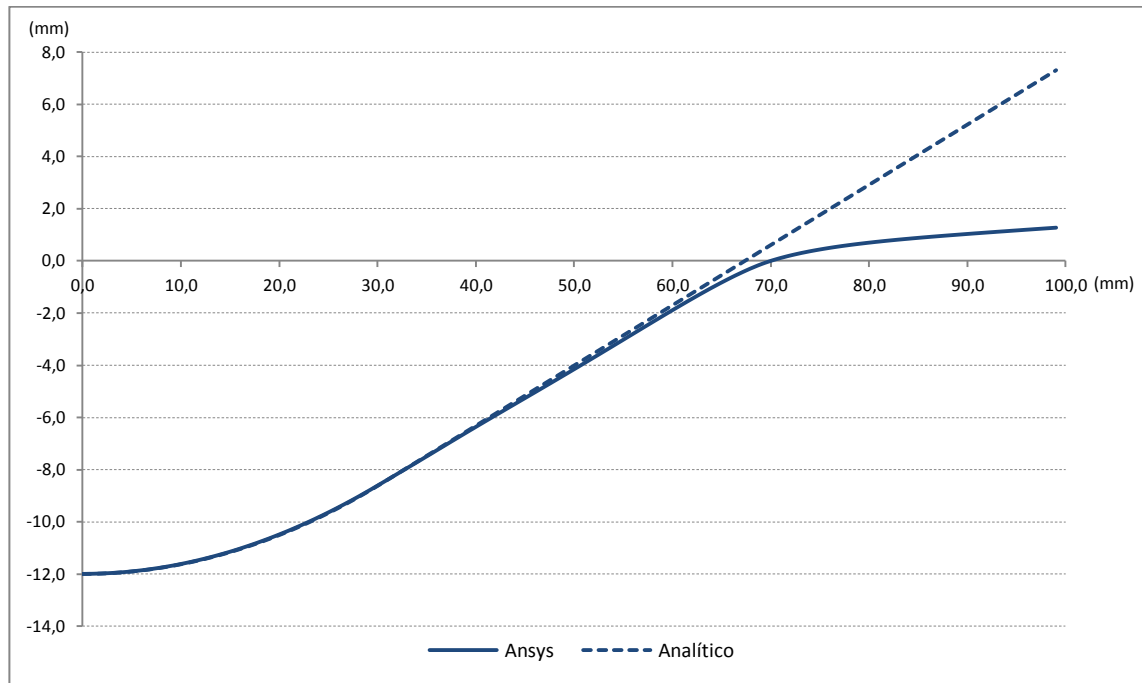
- Asumir que el material es isotrópico, impacta en la relación de esfuerzos. Si el material es isotrópico, las propiedades en todas las direcciones son iguales por lo tanto la deformación en las mismas direcciones por el modo de deformación son iguales por consecuencias; pero debido a la laminación, las propiedades en dirección y perpendiculares a esta son diferentes por lo tanto las deformaciones son diferentes también, implicando que la relación de esfuerzos y deformaciones sea diferente de 1, lo cual afectaría la solución de la modelización analítica.

De las Figura 48 a la Figura 50 a continuación se muestran los perfiles de la línea neutra una vez aplicado el desplazamiento de 12mm del punzón sobre la lámina. En la construcción de la grafica del modelo analítico se usaron las ecuaciones (7.4) y (7.5), y para la línea del modelo numérico se tomaron las coordenadas de los nodos sobre la línea neutra extraídos del programa ANSYS®. El punto límite entre las ecuaciones (7.4) y (7.5) es el radio de contacto que se muestra en la Tabla 13.

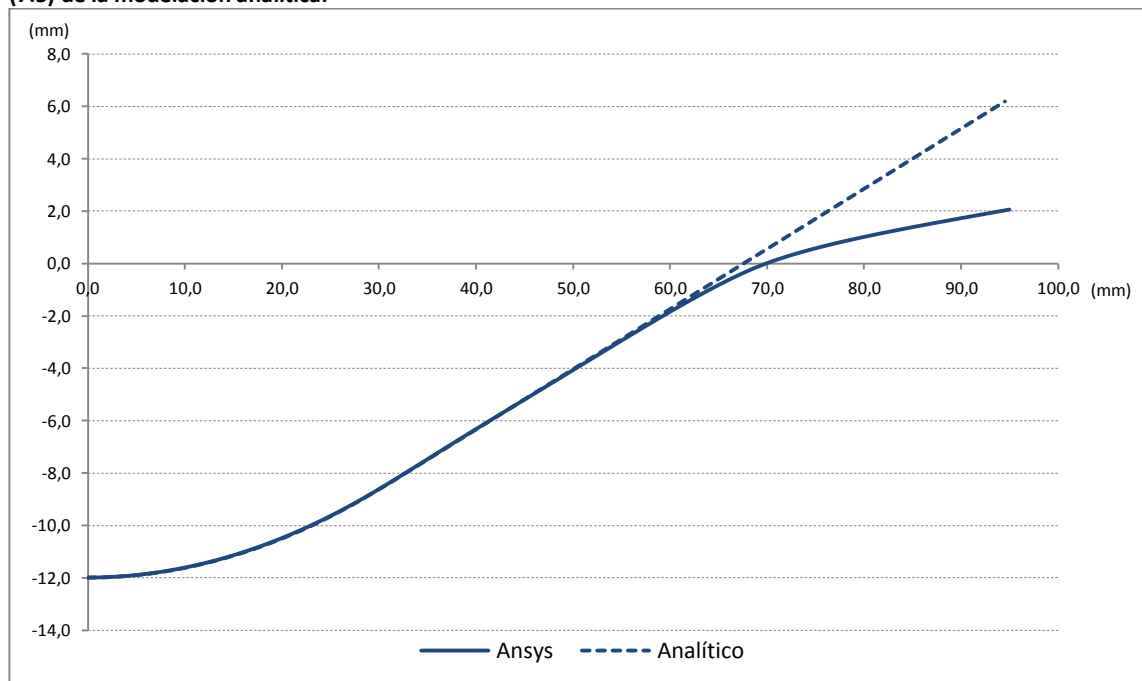
**Figura 48. Perfil de la línea neutra de la lámina de 0.9mm deformada usando el modelo FEA y las ecuaciones (7.4) y (7.5) de la modelación analítica.**



**Figura 49.** Perfil de la línea neutra de la lámina de 1.5mm deformada usando el modelo FEA y las ecuaciones (7.4) y (7.5) de la modelación analítica.



**Figura 50.** Perfil de la línea neutra de la lámina de 1.9mm deformada usando el modelo FEA y las ecuaciones (7.4) y (7.5) de la modelación analítica.



Otros valores que se comparan para mejorar la fiabilidad de los modelos serán el Esfuerzo Equivalente (Von Mises) y el radio en el punto de desprendimiento. Estos datos están consolidados en la modelación analítica en las tablas Tabla 13 y Tabla 15.

Para el modelo FEA, el punto de desprendimiento será en el cual, la holgura entre la lámina y el punzón sea cero o haya un cambio en el estatus del contacto, además para el nodo correspondiente se toma el Esfuerzo Equivalente y poderlos comparar con los del modelo analítico.

**Tabla 19. Comparativa entre modelo FEA y teórico del radio de desprendimiento y esfuerzo equivalente.**

Espesor (mm)	Radio Desprendimiento			Esfuerzo Equivalente		
	FEA (mm)	Analítico (mm)	Error (%)	FEA (MPa)	Analítico (MPa)	Error (%)
0.9	30.262	30.34	0.26	294.78	299.7	1.64
1.5	30.375	30.39	0.05	295.02	299.8	1.59
1.9	30.400	30.43	0.10	293.08	299.8	2.24

Se aprecia que el error en los resultados obtenidos en otras cantidades distintas de la fuerza abombado por ambos métodos es bajo, con por lo cual se puede decir que los modelos encontrados determinan de manera satisfactoria la fuerza para conformar.

## 9. CONCLUSIONES

- Los resultados obtenidos en los tres modelos permiten afirmar la fuerza de abombado depende del espesor de la lámina a trabajar, con una desviación máxima de apenas 20% con respecto al valor analítico. A mayor espesor mayor fuerza para deformar será necesaria.
- Los resultados experimentales muestran que además de depender del espesor de la lámina, la fricción no es un factor que afecte la fuerza de abombado.
- A pesar de que es mayor la fuerza requerida en la lámina debido al espesor, los esfuerzos y deformaciones en ella son los mismos en la zona de desprendimiento entre la lámina y el punzón.
- Las modelaciones por elementos finitos y analítica confirman que la fuerza requerida para abombar dependen de la geometría de las herramientas de conformado (punzón y matriz de abombado)
- La diferencia en la fuerza de abombado entre las tres modelaciones puede ser atribuida a las siguientes razones:
  - La presencia de esfuerzos residuales derivados de la fabricación de las láminas puede afectar la distribución de esfuerzos en el momento de conformación.
  - El corte en forma cuadrada en las láminas para el modelo experimental introduce una diferencia frente a la axisimetría asumida en los modelos analíticos y numéricos.
  - Asumir que la razón de esfuerzos principales es igual a 1.
  - La modelización Bilineal de la zona plástica del material.
  - El ajuste de los datos experimentales a un modelo de regresión lineal.

## 10. RECOMENDACIONES

Se plantean las siguientes recomendaciones para trabajos futuros:

- Usar distintos materiales para realizar los ensayos, con el fin de encontrar incidencia de sus propiedades en las modelaciones.
- Realizar ensayos de tensión a los materiales usados y obtener curvas esfuerzo-deformación real para aproximarlas a otros modelos de plasticidad y con ello soportar el modelo de material en la evaluación numérica.
- Realizar los ensayos con diferentes tamaños de matriz y punzón para evaluar mejor la incidencia de la geometría y el coeficiente de fricción de las herramientas usadas.
- Realizar un modelo 3D completo con elementos sólidos (No axisimétrico) para predecir imperfecciones en la lámina, como arrugamiento, ondulaciones, desgarro y recuperación (*Spring Back*).
- Usar como parámetro de comparación la geometría final de la lámina abombada en los ensayos experimentales midiéndola y cotejándola con un equipo de medición de coordenadas con la geometría predicha con la modelación numérica y analítica.
- Instrumentar con galgas extensiométricas y equipos de adquisición de datos los ensayos experimentales para tener más medios de comparación con los tres modelos como los esfuerzos y deformaciones.
- Se podría realizar una marcación en forma de grilla sobre las láminas a ensayar y con ello encontrar razones de deformación experimentales y poder ajustar mejor el modelo analítico.
- Conociendo la forma de la ecuación analítica de la fuerza de abombado, los datos experimentales podrían ser ajustados con otro tipo de regresión no línea.



## 11. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BUDINSKI, K. and BUDINSKI, M. Engineering Material: Properties and Selection. 6<sup>th</sup> ed. New Jersey: Prentice Hall, 1999. 720p. ISBN: 0-13-904715-8
- DEL RÍO, Jesús. Conformación plástica de materiales metálicos (en frío y en caliente): Forja, laminación, estirado, estampación, extrusión, embutición. 1<sup>a</sup> ed. Madrid: Dossat, 2005. 655p. ISBN: 8496437094
- DOWLING, Norman. Mechanical Behavior of Material: Engineering methods for deformation, fracture and fatigue. 2<sup>nd</sup> ed. New Jersey: Prentice Hall, 1999. 830p. ISBN: 0-13-905720-X
- KALPAKJIAN, S. y SCHMID S. Manufactura, Ingeniería y Tecnología. 4ta ed. Mexico: Prentice Hall, 2002. 1176p. ISBN: 970-26-0137-1
- MARCINIAK, Z.; DUNCAN, J. and HU, S. Mechanics of Sheet Metal Forming. 2<sup>nd</sup> ed. Great Britain: Butterworth-Heinemann, 2002. 228p. ISBN: 0-7506-5300-0
- MEGYESY, Eugene. Pressure Vessel Handbook. 10th ed. Tulsa: Pressure Vessel Publishing, 1995. 499p- ISBN: 978-0914458180
- MONTGOMERY, D. Diseño y Análisis de Experimentos. 2<sup>da</sup> ed. Mexico: Limusa Wiley, 2004. 700p. ISBN: 968-18-6156-6
- PULLARCOT, Sunil. Practical Guide to Pressure Vessel Manufacturing. 1<sup>st</sup> ed. New York: Marcel Dekker Inc, 2002. 360p. ISBN: 0-8247-0740-0
- SAS IP INC. Basic Structural Nonlinearities for Ansys 8.0. 2004. Inventory Number: 001995.
- SAS IP INC. Advanced Structural Nonlinearities. 2005. Inventory Number: 002206.
- SAS IP INC. Advanced Contact & Bolt Pretension for Ansys 8.0. 2004. Inventory Number: 002031.

## ANEXOS